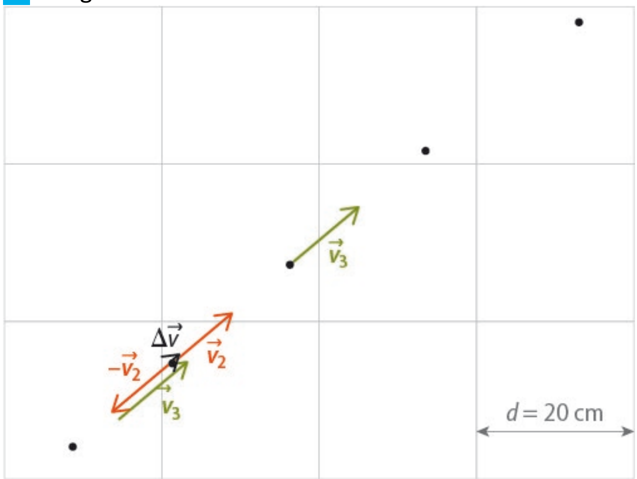
Exercices du chapitre 10 - correction

20 a. Figure réalisée hors échelle.



On mesure une distance de 3,9 cm entre les deuxième et troisième points. D'après l'échelle, cela correspond à $\mathrm{M_2M_3} = 2{,}0 \times 10^{-1}$ m.
On obtient une vitesse en M2 :

$$v_2 = \frac{\mathrm{M_2M_3}}{\Delta t} = \frac{2{,}0 \times 10^{-1}}{0{,}100} = 2{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

On mesure une distance entre le troisième point et le quatrième de 4,5 cm. D'après l'échelle cela correspond à $\mathrm{M_3M_4} = 2{,}3 \times 10^{-1}$ m.
On obtient une vitesse en M3 :

$$v_3 = \frac{\mathrm{M_3M_4}}{\Delta t} = \frac{2{,}3 \times 10^{-1}}{0{,}100} = 2{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

En choisissant comme échelle 1 cm correspond à 1 m·s^{-1}, on peut construire les vecteurs vitesse ainsi que la variation du vecteur vitesse.
Δv mesure sur le schéma 3 mm, ainsi :

$$\Delta v = 3 \times 10^{-1}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

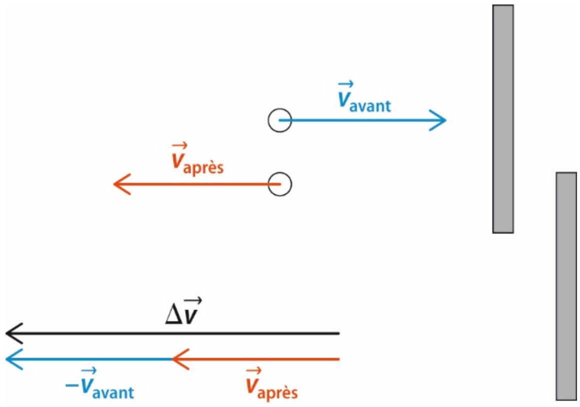
On peut ainsi calculer $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^{-1}}{0{,}100} = 3\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
b. Les deux valeurs sont identiques : la loi paraît vérifiée.

23 a. Soit un point dont la vitesse dans un référentiel donné est $\vec{v}(t)$ à une date t. La variation du vecteur vitesse entre les dates t et $t + \Delta t$ s'écrit :

$$\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$$

La variation du vecteur la vitesse a la même unité qu'une vitesse. Elle s'exprime en m·s^{-1}.
b. Soit un système de masse m subissant des forces dont la somme est $\vec{F}_{\text{tot}}$. Cette force est liée à la variation du vecteur vitesse du système $\Delta\vec{v}(t)$ entre les dates t et $t + \Delta t$ par la relation approchée $\vec{F}_{\text{tot}} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$.
La vitesse s'exprime en m·s^{-1}, la masse en kg. Ainsi, l'unité d'une force est kg·m·s^{-2}. Le newton est une unité qui signifie kg·m·s^{-2}.

25 a. et b. En utilisant 1 cm correspondant à 10 m·s^{-1}, les vecteurs vitesse auront des longueurs, sur le schéma, de 2,2 cm.



c. Sur le schéma, la longueur de $\Delta\vec{v}$ est de 4,4 cm, ainsi $\Delta v = 44\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
d. $\Delta\vec{v}$ est perpendiculaire au mur et dirigé dans le sens du mouvement de la balle après le rebond. Comme, d'après la deuxième loi de Newton, $\Delta\vec{v}$ a le même sens et la même direction que la somme des forces appliquées au système $\vec{F}_{\text{tot}}$, $\vec{F}_{\text{tot}}$ est perpendiculaire au mur et dirigé dans le sens du mouvement de la balle après le rebond.

26 Le mouvement est rectiligne et accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, comme le mouvement est accéléré, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire ici en norme : $\Delta v(t) = v(t + \Delta t) - v(t)$.
Ainsi, $v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta v(t)$.
$v(\Delta t) = v(0) + \Delta v = 0 + 5{,}0 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$v(2\Delta t) = v(\Delta t) + \Delta v = 5{,}0 + 5{,}0 = 10{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$v(3\Delta t) = v(2\Delta t) + \Delta v = 10{,}0 + 5{,}0 = 15{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$v(4\Delta t) = v(3\Delta t) + \Delta v = 15{,}0 + 5{,}0 = 20{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$v(5\Delta t) = v(4\Delta t) + \Delta v = 20{,}0 + 5{,}0 = 25{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

27 a. Le mouvement est rectiligne et accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, comme le mouvement est accéléré, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme $\Delta v(t) = v(t + \Delta t) - v(t)$.
Ici : $\Delta v(0) = v(\Delta t) - v(0) = \frac{100}{3{,}6} - 0 = 27{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
b. D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}(0)}{\Delta t}$.
Les deux vecteurs ont nécessairement même sens et même direction pour être égaux.
Leurs normes sont donc égales :

$$F = m\frac{\Delta v(0)}{\Delta t} = 2{,}1 \times 10^3 \times \frac{27{,}8}{2{,}4} = 2{,}4 \times 10^4\ \mathrm{N}$$

29 a. Le mouvement est rectiligne et décéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens.

De même, comme le mouvement est décéléré, la variation du vecteur vitesse a le sens opposé mais la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire ici en norme : $\Delta v(t) = -v(t + \Delta t) + v(t)$.
Ici, $\Delta v(0) = -\,v(\Delta t) + v(0) = -0 + \frac{100}{3{,}6} = 27{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
b. D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}(0)}{\Delta t}$.
Les deux vecteurs ont nécessairement même sens et même direction pour être égaux.
Leurs normes sont donc égales : $F = m\frac{\Delta v(0)}{\Delta t}$.
Ainsi, $\Delta t = m\frac{\Delta v(0)}{F} = 1{,}2 \times 10^3 \times \frac{27{,}8}{7{,}7 \times 10^3} = 4{,}3 \text{ s}$.
c. Si m est doublée sans que $\Delta v(0)$ et Δt soient modifiées, alors F doit être doublée également d'après la relation précédente.

31 a. Faux.
Le mouvement n'est pas uniforme. La norme du vecteur vitesse n'est pas constante.
Or pour que le vecteur soit constant, il faut que sa norme, son sens et sa direction soient constants.
Le vecteur vitesse n'est donc pas constant.
b. Vrai.
Le mouvement est accéléré, cela implique que la vitesse (en norme) augmente au cours du temps.
c. Vrai.
Le mouvement est rectiligne et accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, comme le mouvement est accéléré, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.

32 D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$.
Les deux vecteurs ont nécessairement même sens et même direction pour être égaux.
Leurs normes sont donc égales : $F = m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$.

Remarque
Si le mouvement est accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme : $\Delta v(t) = v(t + \Delta t) - v(t)$.
Si le mouvement est décéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le sens opposé mais la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme : $\Delta v(t) = -v(t + \Delta t) + v(t)$.

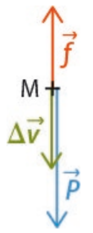
Pour la colonne 1 : $m = F\frac{\Delta t}{\Delta v(t)}$
Pour les colonnes 2 et 3 : $F = m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$
Pour la colonne 4 : $\Delta t = m\frac{\Delta v(t)}{F}$
Pour la colonne 5 : $m = F\frac{\Delta t}{\Delta v(t)}$
Pour la colonne 6 : $\Delta v(t) = F\frac{\Delta t}{m}$

Situation	**a**	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**
v_i (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	0	10	0	0	0	0
v_f (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)	10	0	10	10	30	10
m (en kg)	1,0	1,0	2,0	1,0	3,0	10
Δt (en s)	1,0	1,0	1,0	0,20	3,0	1,0
F (en N)	10	10	20	50	30	100

33 En utilisant les relations écrites à l'exercice précédent.
a. $\Delta v(t) = F\frac{\Delta t}{m}$: si m est multipliée par 3, la norme de $\Delta\vec{v}$ est divisée par 3.
b. $\Delta v(t) = F\frac{\Delta t}{m}$: si F est multipliée par 3, la norme de $\Delta\vec{v}$ est multipliée par 3.
c. $\Delta v(t) = F\frac{\Delta t}{m}$: si Δt est multipliée par 3, la norme de $\Delta\vec{v}$ est multipliée par 3.

35 a. D'après la deuxième loi de Newton : $m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \vec{F}$.
Ainsi, les deux vecteurs étant nécessairement colinéaires et de même sens, on peut écrire cette relation en norme : $m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = F$, soit $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{F}{m}$
b. $m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = F$
Pour obtenir une même mise en mouvement (un même $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$), la force de propulsion doit doubler pour pousser une personne deux fois plus lourde.
En effet, si $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$ est constant, il existe une relation de proportionnalité entre F et m.
c. $m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = F$
Or, la vitesse initiale étant nulle, si le mouvement est accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme : $\Delta v(t) = v(t + \Delta t) - v(t)$.
$\Delta v = v - 0$, ainsi :
$$F = m\frac{v}{\Delta t} = 86{,}3 \times \frac{1{,}5}{500 \times 10^{-3}} = 2{,}6 \times 10^2 \text{ N}$$

36 a. Voir figure ci-contre.



b. D'après la deuxième loi de Newton :
$$\vec{P} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$$
Les vecteurs $\Delta\vec{v}$ et $\vec{F}$ ont même sens et même direction. Ainsi, en norme : $P = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$.
Comme à l'instant initial la vitesse est nulle, et au bout de Δt = 12 s la vitesse est la vitesse limite v_{lim}, on a $\Delta v = v_{\text{lim}}$, donc $P = m\frac{v_{\text{lim}}}{\Delta t}$. D'où :

$$v_{\lim} = P\frac{\Delta t}{m} = 78{,}0 \times 9{,}81 \times \frac{12}{78{,}0} = 1{,}2 \times 10^2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

C'est plus de deux fois la valeur attendue. La force de frottement n'est pas négligeable ici.

c. Si la vitesse se stabilise, $\Delta\vec{v}$ est un vecteur nul.

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{\mathrm{tot}} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \vec{0}$, donc ici $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$, d'où $\vec{P} = -\vec{f}$.

38 • En D₆ :

$\mathrm{D_6D_7} = 1{,}9\ \mathrm{cm}$

$$v_6 = \frac{\mathrm{D_6D_7}}{\Delta t} = \frac{1{,}9 \times 10^{-2}}{500 \times 10^{-3}} = 3{,}8 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\mathrm{D_7D_8} = 2{,}4\ \mathrm{cm}$

$$v_7 = \frac{\mathrm{D_7D_8}}{\Delta t} = \frac{2{,}4 \times 10^{-2}}{500 \times 10^{-3}} = 4{,}8 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\Delta v_6 = 1{,}4 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

• En D₉ :

$\mathrm{D_9D_{10}} = 2{,}8\ \mathrm{cm}$

$$v_9 = \frac{\mathrm{D_9D_{10}}}{\Delta t} = \frac{2{,}8 \times 10^{-2}}{500 \times 10^{-3}} = 5{,}6 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\mathrm{D_{10}D_{11}} = 3{,}2\ \mathrm{cm}$

$$v_{10} = \frac{\mathrm{D_{10}D_{11}}}{\Delta t} = \frac{3{,}2 \times 10^{-2}}{500 \times 10^{-3}} = 6{,}4 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\Delta v_{10} = 1{,}8 \times 10^{-2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

40 a. Lorsqu'il est en vol, il ne subit que son poids : ainsi, d'après la deuxième loi de Newton, $\vec{P} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$.

Les deux vecteurs sont égaux, ils ont nécessairement la même norme, $P = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Ainsi, $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{P}{m} = \frac{736}{75{,}0} = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

b. Si le mouvement est décéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le sens opposé mais la même direction que les vecteurs vitesse.

La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme : $\Delta v(t) = -v(t+\Delta t) + v(t)$.

Ici, $\Delta v(0) = -v(\Delta t) + v(0)$.

La vitesse de l'homme passe de $v(0) = 35{,}4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ à $v(\Delta t) = 0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, soit $\Delta v(0) = 35{,}4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Or, $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{P}{m}$, d'où l'on déduit $\Delta t = \frac{\Delta v}{\frac{P}{m}} = \frac{35{,}4}{9{,}81} = 3{,}61\ \mathrm{s}$.

41 a. L'avion n'est soumis qu'à $\vec{F}$ ainsi, d'après la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$$

Les vecteurs $\Delta\vec{v}$ et $\vec{F}$ ont même sens et même direction.

b. D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$.

Les vecteurs $\Delta\vec{v}$ et $\vec{F}$ ont même sens et même direction ainsi, en norme :

$F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = 10 \times 10^3 \times \frac{61}{1{,}5} = 4{,}1 \times 10^5\mathrm{N}$

42 a. D'après la deuxième loi de Newton : $m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \vec{R}$.

Les deux vecteurs sont égaux, leurs normes sont donc égales aussi : $m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = R$. Soit $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{R}{m}$.

b. La variation du vecteur vitesse est inversement proportionnelle à la masse du système. Ainsi, la masse du système a une influence sur la vitesse du système.

c. $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{R}{m}$, d'où $\Delta v(t) = \frac{R}{m}\Delta t$.

Si le mouvement est accéléré, les vecteurs vitesses ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.

La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme : $\Delta v(t) = v(t+\Delta t) - v(t)$.

Or, la vitesse initiale étant nulle, $\Delta v = v - 0$, ainsi :

$$v = \frac{R}{m}\Delta t = \frac{0{,}20}{10 \times 10^{-3}} \times 100 \times 10^{-3} = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

43 a. On calcule la vitesse du point en utilisant la méthode :

$$\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{\mathrm{M}(t)\mathrm{M}(t+\Delta t)}}{\Delta t}$$

Ici le mouvement est à une seule direction :

$$v = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

SOMME | =(B3-B2)/(A3-A2)

	A	B	C	D	E
1	t(s)	x(m)	v (m/s)		
2	0	0,000	=(B3-B2)/(A3		
3	0.1	1.000	9		

Par définition, $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$.

À une dimension, cette relation s'écrit scalairement :

$$\Delta v(t) = v(t+\Delta t) - v(t)$$

=C3-C2

B	C	D
x(m)	v (m/s)	Dv (m/s)
0,000	10	=C3-C2
1,000	9	-0,9512294

b. D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$.

Les deux vecteurs ont donc obligatoirement même sens et même direction.

Cette relation est donc vraie en norme : $F = m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t}$

c.

=D2/0,1*40

B	C	D	E
x(m)	v (m/s)	Dv (m/s)	F
0,000	10	-1	=D2/0,1*40
1,000	9	-0,9512294	-380,49177

On obtient le tableau suivant :

t(s)	x(m)	v (m/s)	Dv (m/s)	F
0	0,000	10	-1	-400
0,1	1,000	9	-0,9512294	-380,49177
0,2	1,900	8,04877058	-0,9048374	-361,93497
0,3	2,705	7,14393316	-0,860708	-344,28319
0,4	3,419	6,28322518	-0,8187308	-327,4923
0,5	4,048	5,46449443	-0,7788008	-311,52031
0,6	4,594	4,68569364	-0,7408182	-296,32729
0,7	5,063	3,94487542	-0,7046881	-281,87524
0,8	5,457	3,24018733	-0,67032	-268,12802
0,9	5,781	2,56986729	-0,6376282	-255,05126
1	6,038	1,93223914	-0,6065307	-242,61226
1,1	6,231	1,32570848	-0,5769498	-230,77992
1,2	6,364	0,74875867	-0,136512	-54,604793
1,3	6,439	0,61224669	-0,6122467	-244,89867
1,4	6,500	0	0	0
1,5	6,500			

Au cours du freinage, la force n'est donc pas constante en norme.

44 1. a. La norme du poids est :

$$P = mg = 320 \times 9{,}81 = 3{,}14 \times 10^3\,\mathrm{N}$$

La norme de la poussée d'Archimède est :

$$F_\mathrm{A} = \rho_\mathrm{air} V g = 1{,}22 \times 350 \times 9{,}81 = 4{,}19 \times 10^3\ \mathrm{N}$$

b. En utilisant l'échelle suivante : 1 cm correspond à 1×10^3 N, on trace le poids avec une flèche de 3,1 cm et la poussée d'Archimède avec une flèche de 4,2 cm (voir figures en fin d'exercice).

c. La somme des forces $\vec{F}_\mathrm{tot} = \vec{P} + \overrightarrow{F_\mathrm{A}}$ est verticale et vers le haut et a pour norme :

$$F_\mathrm{tot} = -P + F_\mathrm{A} = 1{,}05 \times 10^3\ \mathrm{N}$$

d. $\vec{F}_\mathrm{tot}$ est dirigée verticalement, vers le haut. Or, d'après la deuxième loi de Newton, $\vec{F}_\mathrm{tot}$et $\Delta\vec{v}$ ont le même sens et la même direction. Ainsi, $\Delta\vec{v}$ est vertical vers le haut. La montgolfière est en train de décoller.

2. a. D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{F}_\mathrm{tot} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$.
Les deux vecteurs étant nécessairement colinéaires et de même sens, on peut écrire cette relation en norme :

$$m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = F_\mathrm{tot}$$

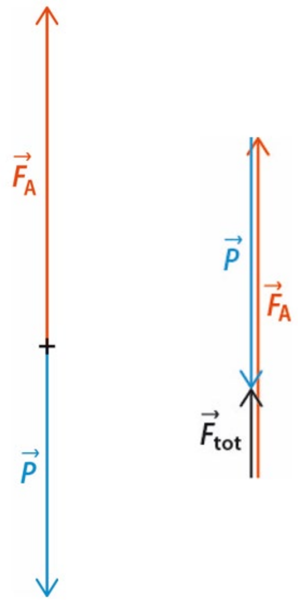
Si le mouvement est accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme $\Delta v(t) = v(t+\Delta t) - v(t)$.
Ici, $\Delta v(0) = v(\Delta t) - v(0)$. La vitesse initiale étant nulle, cela donne : $\Delta v(0) = v(\Delta t)$. Ainsi, $m\frac{v(\Delta t)}{\Delta t} = F_\mathrm{tot}$.
D'où $v(\Delta t) = \frac{F_\mathrm{tot}\Delta t}{m} = \frac{1{,}1 \times 10^3 \times 5{,}0}{320} = 17\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

b. En Δt = 1,0 min :
$v(\Delta t) = \frac{F_\mathrm{tot}\Delta t}{m} = \frac{1{,}1 \times 10^3 \times 60}{320} = 2{,}0 \times 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, soit environ 740 km·h^{-1}.

c. Nous avons totalement négligé les forces de frottement.

Compte tenu de la taille de la montgolfière, il est normal que cette force ne soit rapidement plus négligeable.

Figures des questions 1b et 1c :



45 a. Le téléphone n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.
b. D'après la deuxième de Newton : $\vec{P} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$, soit $m\vec{g} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$, d'où $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{g}$.
Ainsi, $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ ne dépend pas de la masse du système.
c. Cette affirmation est erronée car $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ ne dépend pas de la masse du système. La vitesse à l'arrivée au sol sera la même indépendamment de la masse du système.
d. On constate que la balle de tennis met un petit peu plus de temps que la boule de pétanque pour chuter de la même altitude.
La masse intervient donc un peu.
C'est contradictoire avec la réponse à la question c, car les frottements de l'air sont à prendre en compte.

46 a. D'après la deuxième loi de Newton : $m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \vec{R}$.
Les deux vecteurs étant nécessairement colinéaires et de même sens, on peut écrire cette relation en norme :
$m\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = R$, soit $\frac{\Delta v(t)}{\Delta t} = \frac{R}{m}$.
Si le mouvement est accéléré, les vecteurs vitesse ont tous la même direction et le même sens. De même, la variation du vecteur vitesse a le même sens et la même direction que les vecteurs vitesse.
La définition vectorielle de la variation du vecteur vitesse $\Delta\vec{v}(t) = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$ peut se réécrire en norme : $\Delta v(t) = v(t+\Delta t) - v(t)$.
Et comme le mouvement se fait uniquement selon l'horizontale : $\Delta v(t) = v_x(t+\Delta t) - v_x(t)$.
Ainsi, $\frac{\cancel{vx(t+\Delta t)-vx}(t)}{\Delta t} = \frac{R}{m}$, soit $v_x(t+\Delta t) - v_x(t) = \frac{R}{m}\Delta t$, d'où $v_x(t+\Delta t) = v_x(t) + \frac{R}{m}\Delta t$.
b. $v_x(t) = \frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}$, soit $x(t+\Delta t) - x(t) = v_x(t)\Delta t$, d'où $x(t+\Delta t) = x(t) + v_x(t)\Delta t$.

c. Vitesse de la fléchette 1 :

Fléchette 1			
m1 (kg)	t (s)	vx (m/s)	x (m)
1,00E-02	0	0	0
	=E3+$A$2/$C$3*0,005		

Distance parcourue par la fléchette 1 :

Fléchette 1			
m1 (kg)	t (s)	vx (m/s)	x (m)
1,00E-02	0	0	0
	0,005	1,00E-01	=F3+E3*0,05

Vitesse de la fléchette 2 :

Fléchette2			
m2 (kg)	t (s)	vx (m/s)	x (m)
2,00E-02	0	0	0
	=J3+$A$2/$H$3*0,005		

Distance parcourue par la fléchette 2 :

Fléchette2			
m2 (kg)	t (s)	vx (m/s)	x (m)
2,00E-02	0	0	0
	0,005		=K3+J3*0,005

Avec une masse m_1 = 10 g, la fléchette sort du lanceur (3 cm) avec une vitesse comprise entre 1,1 m·s^{-1} et 1,2 m·s^{-1}.

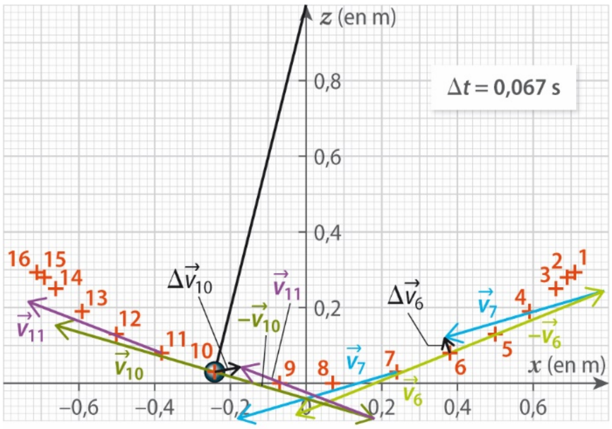
m1 (kg)	t (s)	vx (m/s)	x (m)
1,00E-02	0	0	0
	0,005	1,00E-01	0
	0,01	2,00E-01	0,0005
	0,015	3,00E-01	0,0015
	0,02	4,00E-01	0,003
	0,025	5,00E-01	0,005
	0,03	6,00E-01	0,0075
	0,035	7,00E-01	0,0105
	0,04	8,00E-01	0,014
	0,045	9,00E-01	0,018
	0,05	1,00E+00	0,0225
	0,055	1,10E+00	0,0275
	0,06	1,20E+00	0,033
	0,065		
	0,07		
	0,075		
	0,08		
	0,085		
	0,09		

Avec une masse m_2 = 20 g, la fléchette sort du lanceur (3 cm) avec une vitesse comprise entre 0,8 m·s^{-1} et 0,85 m·s^{-1}.

m2 (kg)	t (s)	vx (m/s)	x (m)
2,00E-02	0	0	0
	0,005	5,00E-02	0
	0,01	1,00E-01	0,00025
	0,015	1,50E-01	0,00075
	0,02	2,00E-01	0,0015
	0,025	2,50E-01	0,0025
	0,03	3,00E-01	0,00375
	0,035	3,50E-01	0,00525
	0,04	4,00E-01	0,007
	0,045	4,50E-01	0,009
	0,05	5,00E-01	0,01125
	0,055	5,50E-01	0,01375
	0,06	6,00E-01	0,0165
	0,065	6,50E-01	0,0195
	0,07	7,00E-01	0,02275
	0,075	7,50E-01	0,02625
	0,08	8,00E-01	0,03
	0,085	8,50E-01	0,034
	0,09		

47 1. **Utilisation de la chronophotographie**

a.



En tenant compte de l'échelle :

$M_6M_7 = 15$ cm, d'où $v_6 = \frac{M_6M_7}{\Delta t} = \frac{15\times10^{-2}}{6{,}7\times10^{-2}} = 2{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$M_7M_8 = 15$ cm, d'où $v_7 = \frac{M_7M_8}{\Delta t} = \frac{15\times10^{-2}}{6{,}7\times10^{-2}} = 2{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$M_{10}M_{11} = 15$ cm,

d'où $v_{10} = \frac{M_{10}M_{11}}{\Delta t} = \frac{15\times10^{-2}}{6{,}7\times10^{-2}}$

$= 2{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

$M_{11}M_{12} = 13$ cm,

d'où $v_{11} = \frac{M_{11}M_{12}}{\Delta t} = \frac{13\times10^{-2}}{6{,}7\times10^{-2}}$

$= 1{,}9\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

On choisit l'échelle : 1 cm représente 5 × 10^{-1} m·s^{-1}.

b. Les normes des vecteurs sont (d'après la construction et la longueur des vecteurs) :

$\Delta v_6 = 2\times10^{-1}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$(mesure sur la construction : un peu moins de 0,5 cm).

$\Delta v_{10} = 4\times10^{-1}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$(mesure sur la construction : un peu moins de 0,7 cm).

c. $\Delta\vec{v}_6 \begin{pmatrix}-2\times10^{-1}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\\ 1\times10^{-1}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\end{pmatrix}$

Mesures : $\begin{pmatrix}-0{,}5\ \text{cm}\\ 0{,}2\ \text{cm}\end{pmatrix}$

$\Delta\vec{v}_{10} \begin{pmatrix}4\times10^{-1}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\\ 1\times10^{-1}\text{m}\cdot\text{s}^{-1}\end{pmatrix}$

Mesures : $\begin{pmatrix}0{,}7\ \text{cm}\\ 0{,}2\ \text{cm}\end{pmatrix}$

d. D'après la deuxième loi de Newton :

$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{P} + \vec{T} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$. Ainsi, $\vec{T} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} - \vec{P}$.

Compte tenu du sens et de l'orientation de $\vec{P}$: $\vec{P}\begin{pmatrix}0\\ -mg\end{pmatrix}$.

On en déduit les coordonnées de $\vec{T}$:

Au point 6 : $\vec{T}_6 = m\frac{\Delta\vec{v}_6}{\Delta t} - \vec{P}$

$= \frac{0{,}100}{0{,}067} \times \begin{pmatrix}-2\times10^{-1}\\ 1\times10^{-1}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\ -0{,}100\times9{,}81\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}-3\times10^{-1}\ \text{N}\\ 1{,}1\ \text{N}\end{pmatrix}$

Au point 10 : $\vec{T}_{10} = m\frac{\Delta\vec{v}_{10}}{\Delta t} - \vec{P}$

$= \frac{0{,}100}{0{,}067} \times \begin{pmatrix}4\times10^{-1}\\ 1\times10^{-1}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\ -0{,}100\times9{,}81\end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix}6\times10^{-1}\ \text{N}\\ 1{,}1\ \text{N}\end{pmatrix}$

2. **Utilisation du tableur**

a.

ARRONDI =(B3-B2)/0,067

A	B	C	D
t (s)	***X (m)***	***Y (m)***	vx (m/s)
0	0,714	0,300	-B2)/0,067
0,067	0,692	0,278	
0,134	0,646	0,236	

ARRONDI =(C3-C2)/0,067

A	B	C	D	E
t (s)	***X (m)***	***Y (m)***	vx (m/s)	vy(m/s)
0	0,714	0,300		=(C3-C2)/0,067
0,067	0,692	0,278	-0,69	
0,134	0,646	0,236	-1,07	

On ne peut pas calculer les dernières valeurs car nous ne disposons pas des valeurs suivantes.

b.

Y (m)	vx (m/s)	vy(m/s)	Dvx (m/s)
0,300	-0,33	-0,33	=D3-D2
0,278	-0,69	-0,62	

Y (m)	vx (m/s)	vy(m/s)	Dvx (m/s)	Dvy (m/s)
0,300	-0,33	-0,33	-0,35	=E3-E2
0,278	-0,69	-0,62	-0,38	
0,236	-1,07	-0,82	-0,40	

On ne peut pas calculer les dernières valeurs car nous ne disposons pas des valeurs suivantes.

c. D'après la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{\text{tot}} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \begin{pmatrix} m\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ m\dfrac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{pmatrix}$$

E	F	G	H
vy(m/s)	Dvx (m/s)	Dvy (m/s)	Ftotx (N)
-0,33	-0,35		=0,100*F2/0,067
-0,62	-0,38	-0,20	

F	G	H	I
Dvx (m/s)	Dvy (m/s)	Ftotx (N)	Ftoty (N)
-0,35	-0,29		=0,100*G2/0,067
-0,38	-0,20	-0,57	

d. $\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{P} + \vec{T}$, d'où $\vec{T} = \vec{F}_{\text{tot}} - \vec{P} = \begin{pmatrix} F_{\text{totx}} - P_x \\ F_{\text{toty}} - P_y \end{pmatrix}$.

G	H	I	J
Dvy (m/s)	Ftotx (N)	Ftoty (N)	Tx (N)
-0,29	-0,53	-0,43	=H2-0
-0,20	-0,57	-0,31	
-0,08	-0,60	-0,13	

H	I	J	K
Ftotx (N)	Ftoty (N)	Tx (N)	Ty (N)
-0,53	-0,43		=I2-(-0,100*9,81)
-0,57	-0,31	-0,57	

3. **Comparaison des deux méthodes**

Au point 6, nous avons obtenu : $\vec{T}_6 = \begin{pmatrix} -3\times10^{-1}\ \text{N} \\ 1{,}1\ \text{N} \end{pmatrix}$

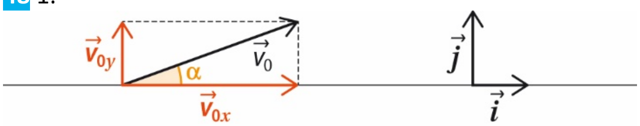
On lit : $\vec{T}_6 = \begin{pmatrix} -0{,}31\ \text{N} \\ 1{,}47\ \text{N} \end{pmatrix}$

Au point 10, nous avons obtenu : $\vec{T}_{10} = \begin{pmatrix} 6\times10^{-1}\ \text{N} \\ 1{,}1\ \text{N} \end{pmatrix}$

On lit : $\vec{T}_{10} = \begin{pmatrix} 0{,}53\ \text{N} \\ 1{,}20\ \text{N} \end{pmatrix}$

Les valeurs obtenues par constructions sont assez proches compte tenu de la précision liée au tracé.

48 1.



Compte tenu du sens de $\vec{v}_{0x}$ et de $\vec{v}_{0y}$, $\vec{v}_0\begin{pmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \end{pmatrix}$.

Les trois vecteurs$\vec{v}_{0x}$, $\vec{v}_{0y}$ et$\vec{v}_0$ forment un triangle rectangle. Ainsi :

$\cos(\alpha) = \frac{v_{0x}}{v_0}$ <=> $v_{0x} = v_0\cos(\alpha)$

et $\sin(\alpha) = \frac{v_{0y}}{v_0}$<=> $v_{0y} = v_0\sin(\alpha)$

On arrive à $\vec{v}_0\begin{pmatrix} v_0\cos(\alpha) \\ v_0\sin(\alpha) \end{pmatrix}$.

2. Compte tenu du sens et de l'orientation de $\vec{P}$,
$\vec{P}\begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix}$.

3. D'après la deuxième loi de Newton :
$\vec{F}_{\text{tot}} = \vec{P} = m\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}$, soit $\frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{P}}{m}$

On en déduit les coordonnées de $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$: $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{mg}{m} \end{pmatrix}$, soit $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$.

4. La masse du projectile n'a pas d'influence sur $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ et donc sur le mouvement du projectile.

5. Selon l'axe des x, la coordonnée du vecteur $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ est nulle.

Or les coordonnées de $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ sont : $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\begin{pmatrix} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{pmatrix}$.

On en déduit que $\frac{\Delta v_x}{\Delta t}= 0$, soit $\Delta v_x = 0$.
Comme $\Delta v_x = v_x(t+\Delta t) - v_x(t)$, on a :
$v_x(t+\Delta t) - v_x(t) = 0$, soit $v_x(t+\Delta t) = v_x(t)$ à tout instant t.
On en déduit que v_x est constant.
Comme à $t = 0$, $v_x(0) = v_{0x} = v_0\cos(\alpha)$, on en déduit qu'à tout instant $v_x(t) = v_0\cos(\alpha)$.

6. a. Au sommet de la trajectoire, v_y devient nulle. En effet pendant l'ascension v_y est positif alors que pendant la descente v_y est négatif. Ainsi, au moment du somment v_y est nulle.

b. On note S le sommet de la trajectoire.

$$\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_S - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

Or les coordonnées de $\Delta \vec{v}$ sont :

$$\vec{v}_S - \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \cos(\alpha) - v_0 \cos(\alpha) \\ 0 - v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

D'où $\vec{v}_S - \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$.

Ainsi, les coordonnées de $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ sont : $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{v_0 \sin(\alpha)}{\Delta t} \end{pmatrix}$.

Mais aussi $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$.

On en déduit que : $-g = -\frac{v_0 \sin(\alpha)}{\Delta t}$, ainsi :

$$\Delta t = \frac{v_0 \sin(\alpha)}{g} = \frac{15{,}0 \times \sin(38{,}0)}{9{,}81} = 0{,}941 \text{ s}$$

7. a. Compte tenu de la symétrie de la trajectoire de l'objet, lorsque celui-ci touche le sol, il a un vecteur vitesse identique au vecteur vitesse au point de départ, à l'exception que sa projection selon l'axe vertical est, cette fois-ci, dirigée vers le bas et non plus vers le haut.

b. La variation du vecteur vitesse entre le lancer et le moment où le système atteint le sol vérifie $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_0}{\Delta t}$, où Δt est la durée du vol.

Or les coordonnées de $\Delta \vec{v}$ sont alors :

$$\vec{v}_f - \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_0 \cos(\alpha) - v_0 \cos(\alpha) \\ -v_0 \sin(\alpha) - v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2v_0 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Ainsi, les coordonnées de $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ sont $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{2v_0 \sin(\alpha)}{\Delta t} \end{pmatrix}$,

mais aussi $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$.

On en déduit que $-g = -\frac{2v_0 \sin(\alpha)}{\Delta t}$.

Ainsi, $\Delta t = \frac{2v_0 \sin(\alpha)}{g} = \frac{2 \times 15{,}0 \times \sin(38{,}0)}{9{,}81} = 1{,}88$ s.

C'est le double de la durée de vol jusqu'au sommet : le projectile met autant de temps à monter qu'à descendre.

c. $v_x = \frac{L}{\Delta t}$. Or nous avons montré qu'à tout instant, $v_x(t) = v_0 \cos(\alpha)$.

On en déduit que :

$$L = v_0 \cos(\alpha)\, \Delta t = 15{,}0 \times \cos(38{,}0) \times 1{,}88 = 22{,}2 \text{ m}$$

49 Sur la chronophotographie, la distance entre les points successifs est, pour les deux ions, 4,0 cm.

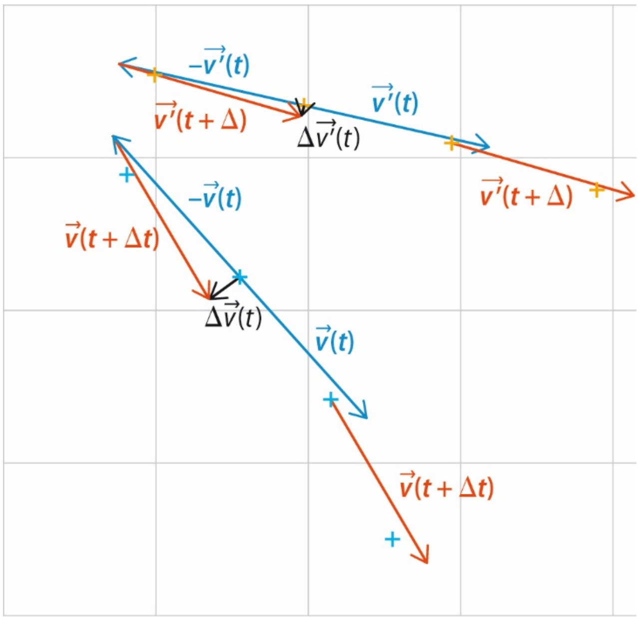
Le côté d'un carré mesure aussi 4,0 cm.

On en déduit que la distance parcourue par les deux ions entre deux positions successives est MM' = 5,0 cm.

On en déduit la norme de la vitesse des ions :

$$v = \frac{\text{MM}'}{\Delta t} = \frac{5{,}0 \times 10^{-2}}{50 \times 10^{-6}} = 1{,}0 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

En prenant comme échelle 1 cm correspond à $2{,}0 \times 10^2$ m·s^{-1}, on obtient des vecteurs vitesses qui mesurent 5 cm sur la figure (réalisée à l'échelle ½).



Sur le schéma :

Pour l'ion sodium la variation du vecteur vitesse mesure 1,0 cm.

Ainsi, $\Delta v = 2{,}0 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Pour l'ion inconnu, la variation du vecteur vitesse mesure 0,3 cm.

Ainsi, $\Delta v' = 6 \times 10^1 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

D'après la deuxième loi de Newton : $m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F}$.

Les deux vecteurs de l'égalité sont nécessairement colinéaires : $m \frac{\Delta v}{\Delta t} = F$.

Les deux ions sont soumis à des forces identiques en norme, ainsi le produit $m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ et le produit $m\Delta v$ sont les même pour les deux ions : $m(\text{Na}^+)\Delta v = m(\text{X}^+)\Delta v'$, d'où $m(\text{X}^+) = \frac{m(\text{Na}^+)\Delta v}{\Delta v'}$.

On calcule $m(\text{X}^+) = \frac{22{,}9898 \times 2{,}0 \times 10^2}{6 \times 10^1} = 8 \times 10^1$ u.

Comme l'ion est nécessairement un ion alcalin, il ne peut s'agir que du rubidium.

50

Question préliminaire

Voir la figure ci-contre.

Problème

En $\Delta t = 1{,}0$ s on mesure :

$$\Delta v = 4{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'après la deuxième loi de Newton :

$$m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{T} + \vec{P}$$

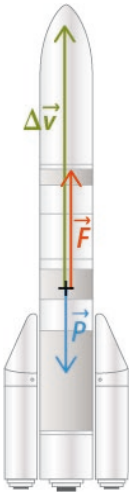
En observant l'orientation des vecteurs, on en déduit une relation correspondant à cette situation physique :

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = T - P$$

Soit $T = P + m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 500 \times 9{,}81 + 500 \times \frac{4{,}0}{1{,}0}$
$= 6{,}9 \times 10^3$ N

Si l'objet est immobile, $\Delta v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On en déduit que $T = P + m\frac{\Delta v}{\Delta t} = P = 500 \times 9{,}81 = 4{,}94 \times 10^3 \text{ N}$.
Lors de l'accélération, la tension est 1,4 fois plus grande que lorsque l'objet est au repos (car $\frac{6{,}9 \times 10^3}{4{,}94 \times 10^3} = 1{,}4$).

51 On peut caractériser l'accélération par $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, c'est-à-dire la norme du vecteur $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ qui intervient dans la deuxième loi de Newton.
Si on schématise la situation physique, au moment du décollage, on obtient la figure ci-contre.
Au moment du décollage, la fusée est soumise à son poids et à la force de poussée. $\Delta \vec{v}$ sera quant à lui orienté verticalement vers le haut.
La deuxième loi de Newton s'écrit $m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F} + \vec{P}$.



En observant l'orientation des vecteurs, on en déduit une relation correspondant à cette situation physique :
$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = F - P$, soit $\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F - P}{m} = \frac{F - mg}{m}$
Pour le lanceur A62 :
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8\,000 \times 10^3 - 530 \times 10^3 \times 9{,}81}{530 \times 10^3} = 5{,}28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$
Pour le lanceur A64 :
$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15\,000 \times 10^3 - 860 \times 10^3 \times 9{,}81}{860 \times 10^3} = 7{,}63 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$
Le lanceur A64 subit une accélération plus grande que le lanceur A62.