

CORRECTION
LE LANCER DU POIDS AUX CHAMPIONNATS DU MONDE 2003

1. Étude des résultats de la simulation.

1.1. Étude de la projection horizontale du mouvement du centre d'inertie du boulet.

1.1.1. D'après la figure 1, on lit $v_{0x} = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

1.1.2. On constate que v_x est constante, donc la projection du centre d'inertie sur l'axe Ox possède un mouvement **uniforme**.

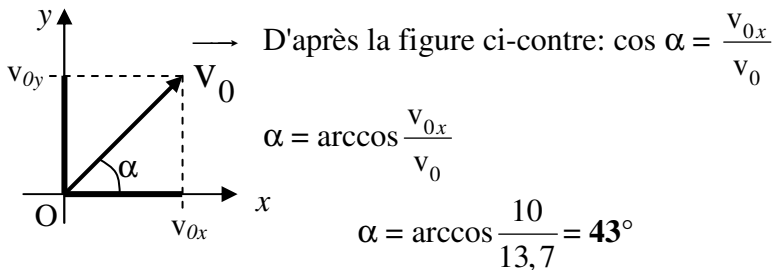
1.1.3. Au sommet de la trajectoire, $v_{Sx} = v_{0x} = 10 \text{ m.s}^{-1}$.

1.2. Étude des conditions initiales du lancer.

1.2.1. D'après la figure 2, on lit $v_{0y} = 9 \text{ m.s}^{-1}$. (lecture peu précise)

1.2.2. $v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$

$v_0 = \sqrt{10^2 + 9^2} = 13,5 \text{ m.s}^{-1}$ La différence avec la valeur indiquée de $13,7 \text{ m.s}^{-1}$ est due au manque de précision pour la détermination de v_{0y} à la question précédente.



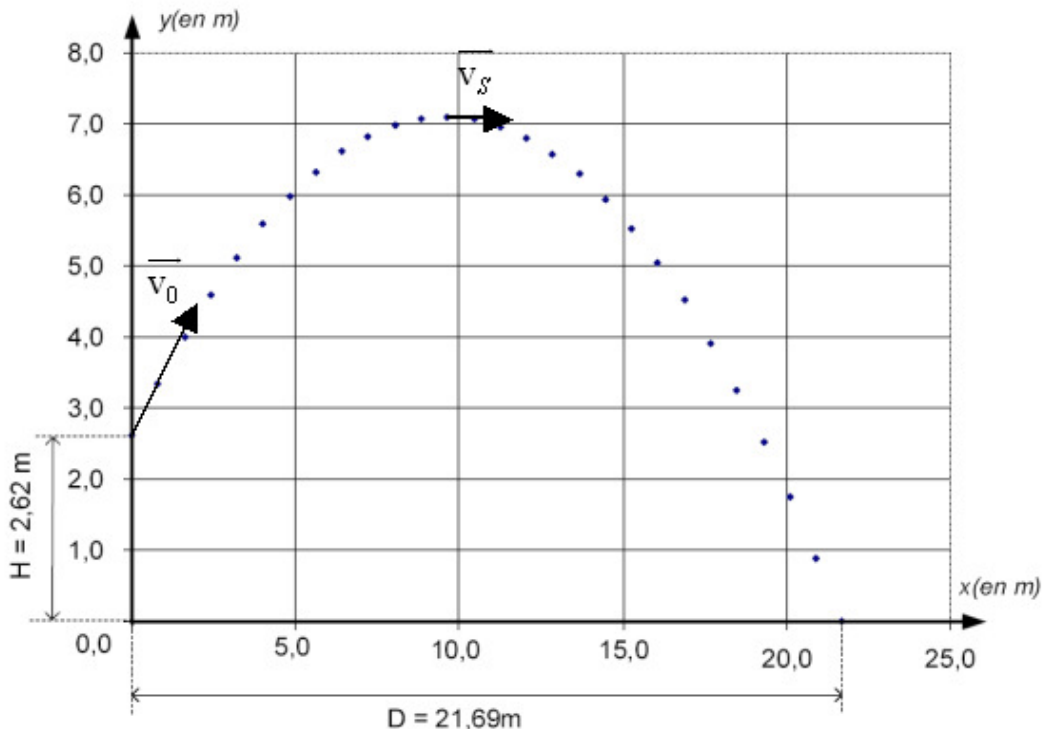
1.3. Étude du vecteur vitesse du centre d'inertie du boulet.

1.3.1. Au sommet de la trajectoire, le vecteur vitesse a une direction horizontale, un sens orienté vers la droite, et pour valeur $v_S = \sqrt{v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2}$

$v_S = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10 \text{ m.s}^{-1}$

1.3.2. Pour \vec{v}_0 , il suffit de tracer un vecteur tangent à la trajectoire à la date $t = 0s$.

Pour \vec{v}_S , il faut veiller à respecter l'égalité $v_{0x} = v_{Sx}$.



2. Étude théorique du mouvement du centre d'inertie

2.1. Poussée d'Archimède de valeur égale au poids du fluide déplacé (ici de l'air)

$$P_A = \mu' \cdot V \cdot g$$

Poids

$$P = m \cdot g$$

$$P = \mu \cdot V \cdot g$$

Montrons que P_A est négligeable devant P :

$$\frac{P}{P_A} = \frac{\mu}{\mu'}$$

$$\frac{P}{P_A} = \frac{7,10 \times 10^3}{1,29} = 5,50 \times 10^3$$

$P = 5,50 \times 10^3 \times P_A$ donc la poussée d'Archimède P_A est effectivement négligeable face au poids

2.2. Système : le boulet

Référentiel: le sol, référentiel terrestre supposé galiléen

Inventaire des forces: le poids \vec{P} , les autres forces (frottement, poussée d'Archimède) sont négligeables face au poids.

$$\begin{aligned} \text{D'après la deuxième loi de Newton: } \vec{P} &= m \cdot \vec{a} \\ m \cdot \vec{g} &= m \cdot \vec{a} \end{aligned}$$

$$\text{donc } \vec{a} = \vec{g}.$$

Le vecteur accélération est vertical, orienté vers le bas, de valeur égale à $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (à Paris).

2.3. Dans le repère d'espace défini en introduction :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad a = \frac{dv}{dt} \text{ donc par intégration } \vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = -g \cdot t + v_{0y} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Soit \vec{OG} le vecteur position du centre d'inertie du boulet, on a $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ et par intégration

$$\vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot (\cos \alpha) \cdot t + x_0 \\ y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot (\sin \alpha) \cdot t + y_0 \end{cases} \quad \text{À la date } t = 0, G \text{ a pour coordonnées } G(x_0 = 0; y_0 = h) \text{ ainsi } \vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \cdot (\cos \alpha) \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot (\sin \alpha) \cdot t + h \end{cases}$$

Les équations proposées sont correctes.

2.4. Trajectoire $y=f(x)$ du centre d'inertie ?

$$x = v_0 \cdot (\cos \alpha) \cdot t \quad \text{donc } t = \frac{x}{v_0 \cdot (\cos \alpha)}, \text{ on remplace } t \text{ par cette expression}$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot (\cos \alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot (\sin \alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cdot (\cos \alpha)} + h$$

$$y = -\frac{g}{2(v_0 \cdot (\cos \alpha))^2} \cdot x^2 + (\tan \alpha) \cdot x + h$$

3. Comment améliorer la performance du lanceur

3.1.

angle α fixé (figure 3)	vitesse initiale v_0 fixée (figure 4)
Quand v_0 augmente, la distance horizontale D du jet: <ul style="list-style-type: none"> - augmente - diminue - est la même - augmente, passe par un maximum puis diminue - diminue, passe par un minimum puis augmente 	Quand α augmente la distance horizontale D du jet: <ul style="list-style-type: none"> - augmente - diminue - est la même
	- augmente, passe par un maximum puis diminue
	- diminue, passe par un minimum puis augmente

3.2. Le record du monde est $D = 21,69$ m

La figure 4 montre qu'avec $v_0 = 13,8 \text{ m.s}^{-1}$, il est possible d'égaliser le record du monde si $\alpha = 41^\circ$.

La figure 3 montre qu'avec $v_0 = 14,0 \text{ m.s}^{-1}$ et $\alpha = 41^\circ$, le record du monde peut être battu.

Figure 3 ($\alpha = 41^\circ$)

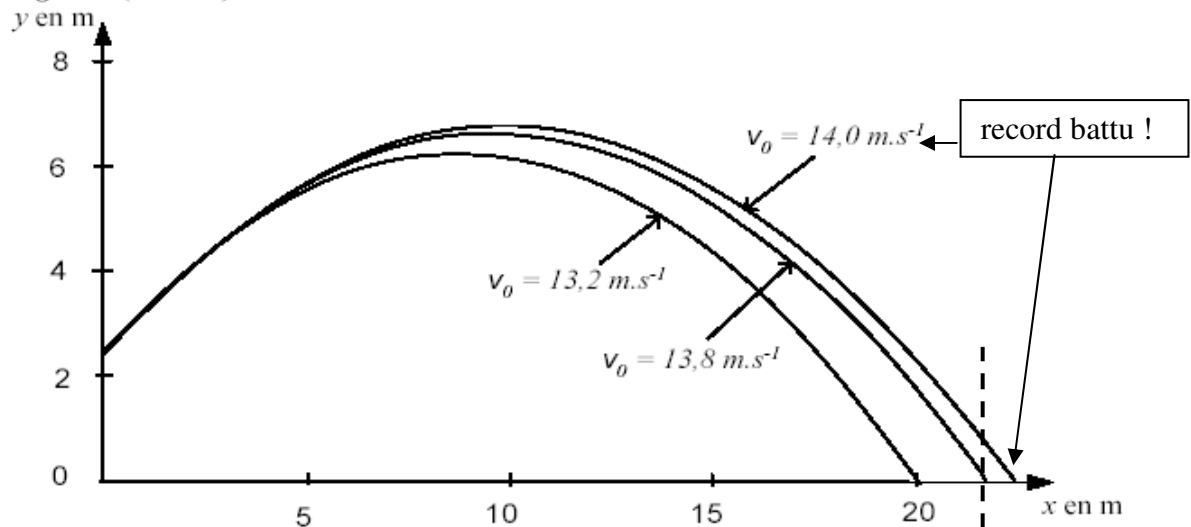


Figure 4 ($v_0 = 13,8 \text{ m.s}^{-1}$)

