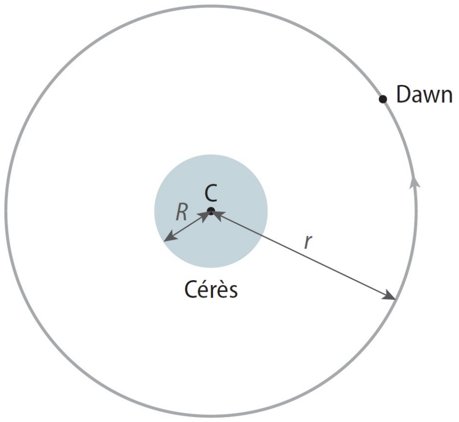
28 a.



b. L'altitude de la sonde étant h = 13 500 km, le rayon de son orbite est $r = R + h$ = 13 970 km.
D'après la relation fournie, la masse de Cérès est :
$M_C = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 9{,}6 \times 10^{20}$ kg

*Exercice **30** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

31 On mène l'étude de Triton dans le référentiel neptunocentrique. Comme dans l'exercice **30**, on détermine la vitesse de Triton :

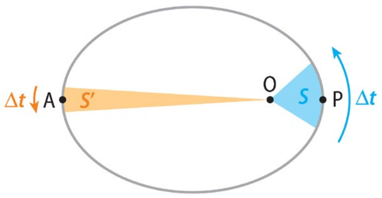
$$v_T = \sqrt{\frac{Gm_N}{r_T}} = 4{,}38 \times 10^3 \text{ m·s}^{-1}$$

et sa période de révolution :

$$T_T = \frac{2\pi r_T}{v_T} = 5{,}10 \times 10^5 \text{ s} \quad \text{soit 5,90 jours.}$$

32 La trajectoire rouge ne peut pas être celle d'un satellite de la Terre car la Terre est à un centre et non à un foyer.
La trajectoire verte ne peut pas être celle d'un satellite de la Terre car le point le plus proche de la Terre n'appartient pas au grand axe.

33 a.



D'après la deuxième loi de Kepler, si l'aire balayée pendant la même durée reste la même, alors la vitesse du satellite est la plus élevée au périastre, P sur le schéma, et la plus faible à l'apoastre, A sur le schéma.
b. Si l'orbite est circulaire, alors le rayon a toujours la même taille et les aires balayées sont des portions de disques, donc les distances parcourues pour de mêmes aires sont identiques, donc le mouvement est uniforme.

34

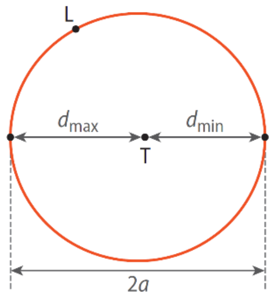
Satellite	Ariel	Umbriel	Titania	Obéron
a (en km)	193 020	266 300	$4{,}41 \times 10^5$	$5{,}90 \times 10^5$
T (en j)	2,52	4,08	8,71	13,46

35 Avec la période T en années et le demi-grand axe a en ua, comme, pour la Terre, ces deux grandeurs valent 1, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ vaut 1 pour tous les satellites du Soleil.
a. Si a = 4 ua, alors $T^2 = 4^3$ donc $T = 2^3$ = 8 années.
b. Si T = 27 ans, alors $a^3 = 27^2$ donc a = 3^2 = 9 ua.

36

M (en kg)	$2{,}0 \times 10^{30}$	$2{,}0 \times 10^{30}$	$3{,}6 \times 10^{30}$	$4{,}4 \times 10^{30}$
a (en km)	$7{,}8 \times 10^8$	$1{,}4 \times 10^9$	$2{,}3 \times 10^8$	$1{,}2 \times 10^8$
T (en j)	$4{,}3 \times 10^3$	10 754	516,22	185,84

37 a. Voir schéma ci-contre.
b. On voit que $2a = d_{min} + d_{max}$, d'où $a = 3{,}815 \times 10^5$ km.
c. La longueur de l'orbite lunaire est :
$L = 2\pi a = 2{,}397 \times 10^6$ km
La vitesse de la Lune est donc $v = \frac{L}{T} = 1{,}01$ km·s^{-1}.



38 a. La vitesse et l'accélération d'un satellite en mouvement circulaire sont constantes en norme, puisque le satellite est en mouvement uniforme, mais pas en direction.
b. La norme de l'accélération d'un satellite en orbite non circulaire est variable, puisque la distance entre le satellite et l'astre attracteur varie.
c. L'accélération d'un satellite n'est colinéaire au vecteur normal de la base de Frenet que si le satellite est en mouvement uniforme.
d. Un satellite dont la période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même n'est pas forcément géostationnaire ; il faut en plus que son orbite soit équatoriale et que le satellite tourne dans le même sens que la Terre.
e. Il n'existe pas de satellite fixe à la verticale d'un point du sol français, vu que l'équateur ne passe pas sur le sol français.
f. Un satellite terrestre passe plus de temps au-dessus d'une région de la Terre lorsqu'il est près de son apogée, puisque c'est là qu'il va le moins vite.

39 a. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_L{}^2}{(60R_T)^3}$.
b. Pour $r = R_T$, cela donne $T = \frac{T_L}{60^{3/2}} = 5{,}9 \times 10^{-2}$ j, soit 1,4 h. Un tel satellite ferait 17 tours par jour.

*Exercice **40** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

41 a. Deimos est plus loin de Mars que Phobos, puisque sa période est plus grande.

b. La troisième loi de Kepler s'écrit $\frac{T_P^2}{a_P^3} = \frac{T_D^2}{a_D^3}$

d'où l'on déduit $a_D = a_P \sqrt[3]{\frac{T_D^2}{T_P^2}} = 2,35 \times 10^4$ km.

42 a. Si la trajectoire d'un satellite est circulaire, alors la distance entre le satellite et l'astre attracteur est constante, donc pour une même aire balayée, la distance parcourue sur l'orbite est la même.
D'après la deuxième loi de Kepler, on en déduit que son mouvement est uniforme.
b. et c. Cours 2a, b et c p. 380-381 (manuel de l'élève)

43 a. Un satellite géostationnaire est un satellite fixe dans le référentiel terrestre.
b. Si la période d'un satellite GPS est T, alors celle d'un satellite géostationnaire est $2T$ d'après l'énoncé.
D'après la troisième loi de Kepler, on a donc :

$$\frac{(2T)^2}{(R_T + h)^3} = \frac{T^2}{(R_T + h_{GPS})^3}$$

d'où l'on déduit : $(R_T + h_{GPS})^3 = \frac{(R_T + h)^3}{4}$

puis : $h_{GPS} = \sqrt[3]{\frac{(R_T + h)^3}{4}} - R_T = 20,2 \times 10^3$ km

c. On peut affirmer au contraire qu'un satellite GPS ne passe pas tous les jours à la même heure au-dessus d'un même point du sol : en 24h exactement, il fait un peu plus de deux tours de la Terre, donc il n'est pas au-dessus d'un même point du sol à la même heure tous les jours.
d. Pour la même raison, on ne peut pas affirmer que chacun des satellites GPS passe deux fois par jour au-dessus d'un point donné du sol. Au bout d'un jour sidéral, le satellite reprend la même position, en revanche.

44 a. La période de révolution de (53319) 1999 JM_8 est supérieure à un an, vu que le demi-grand axe de son orbite est supérieur à celui de l'orbite terrestre.

b. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3}$

d'où $T = T_T \sqrt{\frac{a^3}{a_T^3}} = 4,44$ ans.

c. Un objet astral est dit géocroiseur si son orbite croise celle de la Terre ou, du moins, s'approche près de la Terre. Un objet potentiellement dangereux est donc nécessairement géocroiseur, par définition.

*Exercice **45** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

46 Les altitudes de Spoutnik 1 étaient au minimum $h_{min} = 227$ km et au maximum $h_{max} = 941$ km au-dessus du sol terrestre. La durée totale de sa mission entre le 4 octobre et le 4 janvier était $t_{tot} = 92$ jours.
Le demi-grand axe de l'orbite de Spoutnik 1 est :

$$a = \frac{2R_T + h_{min} + h_{max}}{2} = 6\ 962 \text{ km}$$

Sa période de révolution est donc, d'après la relation fournie : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_T}} = 5,78 \times 10^3$ s

En 92 jours, il a donc fait $\frac{92 \times 86\,400}{5,78 \times 10^3} = 1,38 \times 10^3$ tours de la Terre.

47 a. D'après la première loi de Kepler, le Soleil est sur un des foyers de l'ellipse.
b. D'après la deuxième loi de Kepler, si la durée de parcours est la même entre M_1 et M_1' qu'entre M_2 et M_2' alors les deux aires A_1 et A_2 des surfaces balayées sont égales.
c. La vitesse moyenne est la plus élevée entre M_2 et M_2' puisque la distance parcourue est plus grande.
d. Sur cette figure, le point de l'orbite le plus proche du Soleil n'est pas sur le grand axe de l'ellipse. On peut donc en conclure que les foyers sont mal placés.

48 1. D'après la deuxième loi de Newton, l'unité de force newton est 1 N = 1 kg·m·s^{-2}.
D'après l'expression de la force gravitationnelle, G s'exprime en N·m^2·kg^{-2}. On en déduit que G est en kg·m·s^{-2}·m^2·kg^{-2}, donc bien en m^3·s^{-2}·kg^{-1}.
2. On vient de voir que [G] = $L^3 \cdot T^{-2} \cdot M^{-1}$.

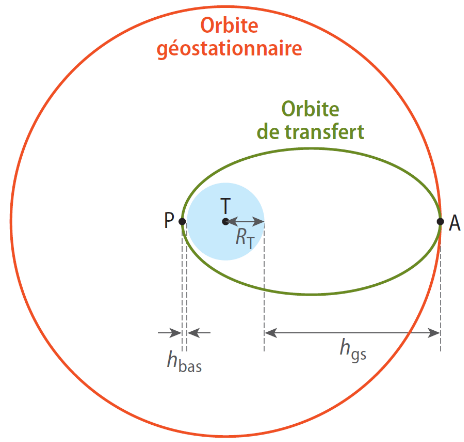
a. $\left[\frac{GM}{r}\right] = \frac{L^3 \cdot T^{-2} \cdot M^{-1} \cdot M}{L} = L^2 \cdot T^{-2}$ d'où $\left[\sqrt{\frac{GM}{r}}\right] = L \cdot T^{-1}$
qui est bien la dimension d'une vitesse.

b. $\left[\frac{r^3}{GM}\right] = \frac{L^3}{L^3 \cdot T^{-2} \cdot M^{-1} \cdot M} = T^2$, d'où $\left[\sqrt{\frac{r^3}{GM}}\right] = T$ qui est bien la dimension d'une durée.

c. D'une part, $\left[\frac{T^2}{r^3}\right] = T^2 \cdot L^{-3}$.

D'autre part, $\left[\frac{4\pi^2}{GM}\right] = \frac{1}{L^3 \cdot T^{-2} \cdot M^{-1} \cdot M} = T^2 \cdot L^{-3}$.
La relation est bien homogène.

49 1. a.



b. Le demi-grand axe de l'orbite de transfert est :

$$a = \frac{2R_T + h_{bas} + h_{gs}}{2} = 2,44 \times 10^4 \text{ km}$$

c. D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T_{sid}^2}{(R_T + h_{gs})^3} = \frac{T_{trans}^2}{a^3}$

d'où l'on déduit $T_{trans} = T_{sid} \sqrt{\frac{a^3}{(R_T + h_{gs})^3}} = 3,79 \times 10^4$ s.

d. Le satellite passe au minimum une demi-période sur son orbite de transfert, soit $1{,}89 \times 10^4$ s, soit 5,26 h.
2. L'orbite cimetière est à l'altitude $h_{cim} = h_{gs} + 300$ km. La période de révolution d'un déchet sur l'orbite cimetière est donc :

$$T_{cim} = T_{sid}\sqrt{\frac{(R_T + h_{cim})^3}{(R_T + h_{gs})^3}} = 8{,}71 \times 10^4 \text{ s}$$

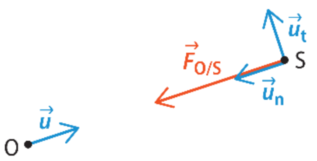
50 1. a. Cours 1b p. 380 (manuel de l'élève)
b. Cours 2b p. 381 (manuel de l'élève)
2. L'altitude de ce satellite étant $h = 810$ km, le rayon de son orbite est $r = R_T + h$. La période de révolution d'un tel satellite est donc :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}} = 6{,}06 \times 10^3 \text{ s}$$

En un jour, soit 86 400 s, il fait donc :

$$\frac{86\,400}{6{,}06 \times 10^3} = 14{,}3 \text{ tours de la Terre}$$

51 1. a. Voir schéma ci-contre.



b. Seule la force $\vec{F}_{O/S}$ est supposée s'appliquer sur le Soleil, donc la deuxième loi de Newton s'écrit : $m_S\vec{a}_S = \vec{F}_{O/S}$

soit $m_S\vec{a}_S = -G\dfrac{m_S M_G}{r^2}\vec{u}$.

On en déduit $\vec{a}_S = -G\dfrac{M_G}{r^2}\vec{u}$
c. Le mouvement du Soleil peut être considéré comme circulaire, puisque la distance OS est constante.

d. En repère de Frenet : $\vec{a}_S = \dfrac{{v_S}^2}{r}\vec{u}_n + \dfrac{dv_S}{dt}\vec{u}_t$
où v_S est la norme de la vitesse du Soleil dans le référentiel d'étude et où les vecteurs unitaires ont été définis plus haut.
e. Les deux expressions de l'accélération donnent
$\dfrac{{v_S}^2}{r}\vec{u}_n + \dfrac{dv_S}{dt}\vec{u}_t = -G\dfrac{M_G}{r^2}\vec{u}$ avec $\vec{u} = -\vec{u}_n$ puisque le mouvement est circulaire. On en déduit, en projection sur le vecteur tangentiel, $\dfrac{dv_S}{dt} = 0$, donc v_S est constante : le mouvement est bien uniforme.
Et en projection sur le vecteur normal, il vient :
$\dfrac{{v_S}^2}{r} = G\dfrac{M_G}{r^2}$ d'où $v_S = \sqrt{\dfrac{GM_G}{r}}$.
f. La période de révolution du Soleil autour du centre galactique est $T_S = \dfrac{2\pi r}{v_S}$, ce qui donne bien :

$$T_S = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_G}}$$

2. a. $T_S = 250 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$
$T_S = 7{,}88 \times 10^{15}$ s
$r = 2{,}7 \times 10^4 \times 3{,}00 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$
$r = 2{,}6 \times 10^{20}$ m
b. De l'expression de T_S, on déduit :

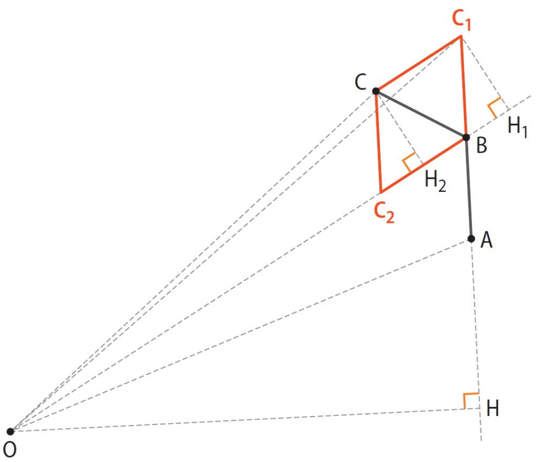
$$M_G = \frac{4\pi^2 r^3}{G{T_S}^2} = 1{,}6 \times 10^{41} \text{ kg}$$

c. 10^{12} fois la masse solaire, c'est environ 2×10^{42} kg. Ce modèle sous-estime la masse totale de la galaxie d'un facteur 10. Il fait comme si toute la masse de la galaxie était concentrée en son centre, ce qui est probablement abusif.

52 a. $T_{sol} = 24 \times 60 \times 60 = 86\,400$ s
b. En un jour solaire, la Terre fait un peu plus d'un tour sur elle-même. Au bout de 365 jours solaires, elle aura donc fait 366 tours sur elle-même.
c. On en déduit que $365T_{sol} = 366T_{sid}$

d'où $T_{sid} = \dfrac{365 \times 86\,400}{366} = 86\,164$ s = 23 h 56 min 4 s.

53 a. Si aucune force ne s'appliquait, le satellite irait de B en C_1 avec un mouvement rectiligne et uniforme, d'après la première loi de Newton, donc $BC_1 = AB$.
b. Sur le schéma, on voit que les deux triangles OAB et OBC_1 ont une hauteur de même longueur OH et des bases de même longueur, donc ont la même aire.



c. On matérialise les hauteurs des triangles OBC_1 et OBC parvenant sur la base (OB). Ces deux hauteurs ont une longueur identique vu que (CC_1) // (OB). Les deux triangles OBC_1 et OBC ont donc la même aire.
d. On vient de montrer que OAB et OBC ont la même aire. Les aires balayées par le segment reliant O au satellite sont donc égales pendant des durées égales : c'est la deuxième loi de Kepler.
Remarquons que la démonstration ne fait pas d'hypothèse sur l'expression de la force subie : c'est la traduction du fait que la deuxième loi de Kepler est vraie quelle que soit la force du moment qu'elle est dirigée vers un point fixe.

54 1. a. Pour que le satellite soit à l'équilibre sur l'orbite géostationnaire il faut que son accélération sur cette orbite soit nulle, ce qui se produit aux longitudes 75°, 165°, 255° et 345°, approximativement.
b. Prenons le satellite à la longitude 75° et perturbons-le un peu pour l'envoyer vers l'est. Sa longitude augmente un peu, donc son accélération longitudinale est un peu négative, ce qui revient à dire qu'il est freiné puis ramené vers sa position initiale. Le raisonnement inverse s'applique si on l'envoie vers l'ouest. Cette position est donc stable.
Il en va de même pour la position à 255°.

En revanche, le même raisonnement à 165° ou à 345° donne le résultat inverse : si on perturbe le satellite placé là en l'envoyant vers l'est, son accélération est positive, donc l'éloigne encore de sa position initiale. Ces deux positions sont donc instables.

2. a. Pour la longitude de stationnement de ce satellite, l'accélération longitudinale est négative, donc le satellite dérive vers l'ouest.

b. Si l'on veut le ramener vers l'est, il faut augmenter sa vitesse, donc diminuer son altitude.

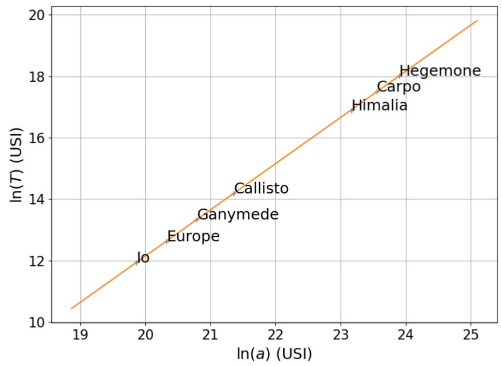
55 La relation $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ s'écrit aussi $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}a^3$.

En prenant le logarithme népérien des deux membres de cette égalité, il vient $2\ln(T) = 3\ln(a) + \ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$, puis $\ln(T) = \frac{3}{2}\ln(a) + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$.

L'ordonnée à l'origine est $p = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$

d'où l'on extrait $\frac{4\pi^2}{GM} = e^{2b}$ puis $M = \frac{4\pi^2}{Ge^{2b}}$.

On relève les masses et fait le tracé demandé.



Le coefficient directeur de la droite obtenue est 1,50 USI (valeur attendue $\frac{3}{2}$ exactement) et l'ordonnée à l'origine, $p = -17{,}9$ USI. La masse de Jupiter calculée est ainsi $M = 2{,}18 \times 10^{27}$ kg. L'écart relatif est de 15 %, ce qui est assez important : la méthode fait intervenir dix puissance une grandeur déterminée graphiquement, donc la moindre petite erreur sur la détermination graphique induit une très grande erreur sur la masse calculée.

56 a. D'après la troisième loi de Kepler, la période de révolution d'un point de l'anneau dépend de la distance entre ce point et le centre de Saturne. L'anneau ne tourne donc pas en bloc.

b. Soit T_{int} la période de révolution de l'intérieur de l'anneau B, de rayon $r_{int} = 9{,}2 \times 10^4$ km.

Soit T_{ext} la période de révolution de l'extérieur de l'anneau, de rayon $r_{ext} = 1{,}18 \times 10^5$ km.

D'après la troisième loi de Kepler, $\frac{T_{int}^2}{r_{int}^3} = \frac{T_{ext}^2}{r_{ext}^3}$

d'où l'on déduit $\frac{T_{ext}}{T_{int}} = \left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)^{3/2} = 1{,}5$

Lorsque le bord externe fait un tour, le bord interne en fait un et demi.

57 a. Le référentiel saturnocentrique est supposé galiléen pour l'étude de la sonde. La sonde est fixe dans le référentiel de Saturne.

b. La sonde doit aussi se trouver sur l'équateur de Saturne, sinon la sonde passera d'un hémisphère à l'autre.

c. Reprendre le cours pour montrer que :

$$h = \sqrt[3]{\frac{T_{Sat}^2 GM_S}{4\pi^2}} - R_S$$

On calcule $h = 5{,}121 \times 10^4$ km.

58 a. On fait l'étude dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

b. On a $\vec{P} = m\vec{g}$. D'après la deuxième loi de Newton,

$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$ d'où $\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{T}}{m}$.

c. On étudie à présent l'ISS, de masse m_{ISS}, dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Elle ne subit que la force gravitationnelle de la Terre s'écrivant $m_{ISS}\vec{g}$. La deuxième loi de Newton appliquée à l'ISS s'écrit $m_{ISS}\vec{a} = m_{ISS}\vec{g}$, puisque l'accélération de l'ISS, nous dit l'énoncé, est la même que celle de l'objet étudié précédemment. On en déduit bien que $\vec{a} = \vec{g}$.

d. Or, on a montré que $\vec{a} = \vec{g} + \frac{\vec{T}}{m}$. Cela implique donc que $\vec{T} = \vec{0}$: l'objet ne tend pas le fil, donc est bien en impesanteur.

Exercice **59** *corrigé à l'adresse* hatier-clic.fr/pct396

60 1. Le demi-grand axe de l'orbite de Hohmann est $a = \frac{R_1 + R_2}{2} = 1{,}89 \times 10^8$ km.

2.1. La période s'écrit : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}$

donc $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}}$.

D'après l'unité de G, la grandeur GM_S est en $m^3 \cdot s^{-2}$.

Le quotient $\frac{4\pi^2 a^3}{GM_S}$ est donc en s^2, et Δt est bien en s : la relation est homogène.

Exercice 48 p. 392 (manuel de l'élève)

2.2. On calcule $\Delta t = 2{,}24 \times 10^7$ s, soit 259 j. Entre le 26 novembre 2011 et le 6 août 2012, il s'écoule :
30 – 26 + 31 + 31 + 28 + 31 + 30 + 31
+ 30 + 31 + 6 = 253 j

Ces grandeurs ne sont pas très cohérentes, vu que la mission inclut aussi la mise en orbite basse et les manœuvres de mise en place du robot, donc devrait être plus longue que la demi-orbite.

3. Pendant les 259 j du parcours de l'orbite, Mars parcourt la portion d'orbite repérée par l'angle β. Et il fait 360° sur son orbite en 1,88 an.

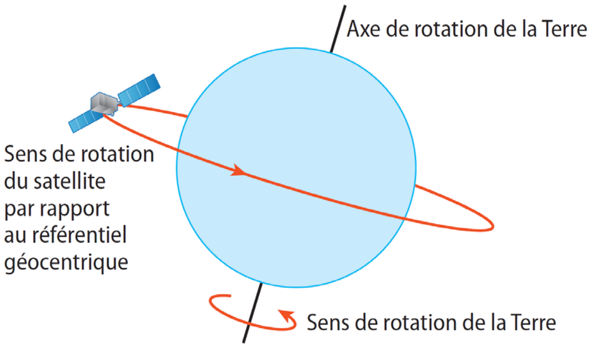
On a donc $\beta = 360° \times \frac{259}{1{,}88 \times 365} = 136°$

donc $\alpha = 180° - \beta = 44°$.

61 1.1. Énoncé et schéma de la deuxième loi de Kepler : Cours 3b p. 382 (manuel de l'élève)

1.2. Les satellites SPOT et Météosat étant en mouvement circulaire dans le référentiel géocentrique, leur mouvement est donc uniforme.

1.3. Météosat tourne autour de la Terre dans le même sens que la Terre sur elle-même, donc d'ouest en est.



1.4. La période de SPOT est T_S = 101,4 min.
Sa vitesse par rapport au référentiel géocentrique a donc pour norme $v = \dfrac{2\pi(R_T + h_S)}{T_S} = 7{,}45 \times 10^3 \text{ m·s}^{-1}$.

1.5. Énoncé de la troisième loi de Kepler : Cours 3c p. 383 (manuel de l'élève)

1.6. D'après la troisième loi de Kepler :

$\dfrac{T_M^2}{(R_T + h_M)^3} = \dfrac{T_S^2}{(R_T + h_S)^3}$ où T_M est la période de révolution du satellite Météosat, qui est géostationnaire.

L'énoncé ne donnant pas le jour sidéral, on est conduit à prendre T_M = 24 h exactement.
On en déduit finalement :

$h_M = (R_T + h_S)\sqrt[3]{\dfrac{T_M^2}{T_S^2}} - R_T = 3{,}59 \times 10^4$ km.

2.1. Puisqu'il y a 6 000 détecteurs et que chacun couvre 10 m, la fauchée vaut 60 km.

2.2. Puisque la Terre tourne vers l'est pendant que le satellite fait un tour, la fauchée correspondant à la n^e révolution de SPOT est plus à l'ouest que celle de la $(n–1)^e$ révolution.

2.3. En 24 h environ, la Terre tourne de 360° donc, en 101,4 min, elle tourne de $360° \times \dfrac{101{,}4}{24 \times 60} = 25°$.

La fauchée se déplace donc de :

$\dfrac{25°}{360°} \times 2\pi R_T = 2{,}83 \times 10^3$ km

2.4. Les parties du globe les plus fréquemment couvertes par SPOT sont les pôles.

2.5. Le doc. 1 indique que le satellite observe la même région tous les 26 jours. En 26 jours, le satellite réalise $\dfrac{26 \times 24 \times 60}{101{,}4} = 369$ tours. C'est bien plus que le strict nécessaire si les fauchées ne se recouvraient pas (il suffirait de $\dfrac{360°}{25°} = 15$ tours).