Chap17 - CORRECTİON DES EXERCİCES -

28 a. Équation de la formation du tritium :

$${}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{12}_{7}\mathrm{N}$$

Équation de sa désintégration : ${}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

b. La loi de décroissance radioactive du tritium s'écrit $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, où $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ est la constante radioactive du tritium. La durée passée par l'eau de la cascade du Chaudron dans son parcours souterrain est donc :

$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \ln\left(\frac{A(t)}{A_0}\right) = -\frac{12{,}32}{\ln(2)} \ln\left(\frac{0{,}0093}{0{,}63}\right) = 75 \text{ ans}$$

c. Pour une eau ayant passé moins de temps en souterrain, il faudrait modifier la valeur de A_0.

30

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
x	139	52	2	2	8	1
y	57	99	3	16	6	1
X	La	Te	He	O	Pb	H

32

	a.	b.	c.	d.	e.
Noyau fils	${}^{32}_{16}\mathrm{S}$	${}^{30}_{14}\mathrm{Si}$	${}^{60}_{28}\mathrm{Ni}$	${}^{231}_{90}\mathrm{Th}$	${}^{182}_{74}\mathrm{W}$

33 a. Les isotopes radioactifs de l'argent présentés ici sont l'argent 108 et l'argent 106.

b. Désintégration β^- du palladium 107 :

$${}^{107}_{46}\mathrm{Pd} \rightarrow {}^{107}_{47}\mathrm{Ag} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Désintégration β^+ du cadmium 107 :

$${}^{107}_{48}\mathrm{Cd} \rightarrow {}^{107}_{47}\mathrm{Ag} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$$

35 L'erreur vient de l'affirmation « la quantité de noyaux a été divisée par 16, donc huit fois par deux. ». Certes, $16 = 8 \times 2$, mais $16 = 2^4$: la quantité a été divisée quatre fois par deux, donc il s'est écoulé $4t_{1/2}$ en 10 min, donc $t_{1/2} = 2{,}5$ min.

36 a. La constante radioactive du lanthane 138 est :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1{,}02 \times 10^{11} \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} = 2{,}15 \times 10^{-19}\ \mathrm{s^{-1}}$$

b. Le nombre de noyaux dans un échantillon d'activité $A = 0{,}15$ Bq est $N = \dfrac{A}{\lambda} = 7{,}0 \times 10^{17}$.

c. En supposant cette activité constante, au bout de $\Delta t = 1{,}0$ an, il a disparu :

$A\Delta t = 0{,}15 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 4{,}7 \times 10^6$ noyaux

C'est une fraction infime du nombre initial. Le nombre de noyaux de l'échantillon, et donc son activité, est donc quasi constant.

37 a. $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

b. Pour $t = 300$ j, on obtient $N(t) = 3{,}6 \times 10^6$ noyaux.

c. Si 99,5 % des noyaux initialement présents sont désintégrés, alors il en reste 0,5 %, donc $\dfrac{N(t)}{N_0} = 0{,}005$.

Cela se produit pour une durée $t = -\dfrac{1}{\lambda} \ln\left(\dfrac{N(t)}{N_0}\right) = 142$ j.

38 ${}^{249}_{98}\mathrm{Cf} + {}^{48}_{20}\mathrm{Ca} \rightarrow {}^{294}_{118}\mathrm{Og} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

39 a. ${}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \rightarrow {}_{Z-1}^{A}\mathrm{Y}$

b. La radioactivité β^+ produit le même noyau.

40

	Particule	Émission de…
a.	${}^{1}_{0}\mathrm{n}$	neutron
b.	${}^{12}_{6}\mathrm{C}$	ion lourd
c.	${}^{1}_{1}\mathrm{p}$	proton
d.	${}^{28}_{12}\mathrm{Si}$	ion lourd
e.	${}^{1}_{0}\mathrm{n}$	neutron

41
- Radioactivité α : ${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{228}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$
- Double β : ${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{232}_{92}\mathrm{U} + 2\,{}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- Émission des noyaux ${}^{26}_{10}\mathrm{Ne}$ et ${}^{24}_{10}\mathrm{Ne}$:

$${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{26}_{10}\mathrm{Ne} + {}^{24}_{10}\mathrm{Ne} + {}^{182}_{70}\mathrm{Yb}$$

- Fission spontanée : ${}^{232}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{138}_{54}\mathrm{Xe} + 2\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

43 Bombardement de l'aluminium 27 :

$${}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{30}_{15}\mathrm{P} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Désintégration du phosphore 30 : ${}^{30}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

44 ${}^{195}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{195}_{79}\mathrm{Au} + 3\,{}^{0}_{1}\mathrm{e}$: on forme de l'or 195.

45 a. ${}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

b. $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 5{,}7975 \times 10^{-8}\ \mathrm{s^{-1}}$

c. Le nombre de noyaux de polonium correspondant à la dose létale est $N_{\text{létale}} = \dfrac{A_{\text{létale}}}{\lambda} = 1{,}7 \times 10^{14}$ noyaux.

d. La masse d'un noyau de polonium 210 est :
$m_{\mathrm{Po}} = 210 m_{\mathrm{n}} = 3{,}51 \times 10^{-25}$ kg

La masse de polonium correspondant à la dose létale est $m_{\text{létale}} = N_{\text{létale}} m = 6{,}0 \times 10^{-11}$ kg.

46 a. ${}^{241}_{95}\mathrm{Am} \rightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

b. Avec une activité $A_0 = 37 \times 10^3$ désintégrations par seconde, en $\Delta t = 20$ ans, il se désintègre un nombre de noyaux $N = A_0 \Delta t = 2{,}3 \times 10^{13}$, soit une masse $m = N m_1 = 9{,}3 \times 10^{-12}$ kg. La masse d'américium désintégrée en vingt ans est négligeable par rapport à la masse initiale : au bout de vingt ans, la source est comme neuve (et cela justifie aussi *a posteriori* le fait d'avoir considéré l'activité comme constante).

47 a. L'activité due à l'uranium est :
$A_U = 1{,}2 \times 10^7 \times 881 = 1{,}1 \times 10^{10}$ Bq
L'activité due au radium est :
$A_{Ra} = 3{,}7 \times 10^{13} \times 1{,}0 \times 10^{-4} = 1{,}4 \times 10^{10}$ Bq
L'activité due au polonium est :
$A_{Po} = 1{,}7 \times 10^{17} \times 0{,}10 \times 10^{-6} = 1{,}7 \times 10^{10}$ Bq
La somme est $A_{tot} = A_U + A_{Ra} + A_{Po} = 3{,}1 \times 10^{10}$ Bq.
b. Le minerai a une activité supérieure à celle de l'uranium seul. Ce fait a conduit Pierre et Marie Curie à penser que ses impuretés contenaient un élément en quantité infime (si ce n'était pas le cas, il aurait déjà été connu) et extrêmement radioactif (de sorte que son activité soit équivalente à celle de l'uranium). En fait, il s'agissait de deux éléments différents.

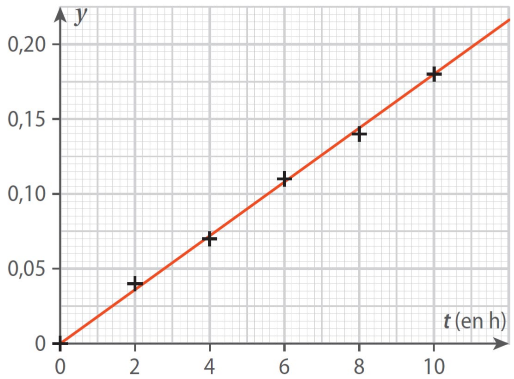
48 a. On mesure la durée nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux initialement présents. Pour le bore 13, on trouve 17 ms. Pour le bore 15, 9 ms. Pour le bore 17, 5 ms.
b. La durée τ ainsi mesurée vaut, pour le bore 13, 23 ms, pour le bore 15, 13 ms, pour le bore 17, 8 ms. On calcule ainsi les demi-vies respectives 16 ms, 9 ms, 5 ms.
c. Il n'y a pas adéquation parfaite entre les deux méthodes. La plus simple à mettre en œuvre est la première, car tracer une tangente à l'œil avec précision n'est pas facile.

49 L'activité vérifie la loi de décroissance radioactive $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, où ici $A_0 = 5\,200$ Bq et $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.
On a $A(t) < A_{lim} = 170$ Bq pour :
$t > t_{lim} = -\dfrac{1}{\lambda}\ln\left(\dfrac{A_{lim}}{A_0}\right) = -\dfrac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(\dfrac{A_{lim}}{A_0}\right) = 39$ j

50 1. a. Par définition, l'activité instantanée de l'échantillon est $A(t) = -\dfrac{dN}{dt}(t)$. Comme l'activité vérifie par ailleurs $A(t) = \lambda N(t)$, on obtient bien l'équation différentielle $\dfrac{dN}{dt} = -\lambda N$.
b. La solution générale de cette équation différentielle est de la forme $N(t) = Ke^{-\lambda t}$. Si N_0 est le nombre de noyaux à $t = 0$ h, alors $N_0 = Ke^{-\lambda \times 0}$, d'où $N_0 = K$. On en déduit que $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.
c. L'activité radioactive de l'échantillon vérifie $A(t) = \lambda N(t)$, soit $A(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$, que l'on peut écrire $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ en posant $A_0 = \lambda N_0$.
2. a. La demi-vie $t_{1/2}$ d'un noyau radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents initialement dans un échantillon macroscopique de ces noyaux s'est désintégrée.
b. Ainsi, par définition, pour tout t : $N(t + t_{1/2}) = \dfrac{1}{2}N(t)$
En explicitant l'expression de $N(t)$, il vient :
$N_0 e^{-\lambda(t+t_{1/2})} = \dfrac{1}{2}N_0 e^{-\lambda t}$
qui s'écrit aussi : $N_0 e^{-\lambda t} e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}N_0 e^{-\lambda t}$
Puisque $N_0 e^{-\lambda t}$ n'est pas nul, on obtient $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.
Cela donne $-\lambda t_{1/2} = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$, ou encore $-\lambda t_{1/2} = -\ln(2)$, puis $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda}$.
3. a. Les données ne contiennent pas de mesure au-delà de 10 h, donc on ne peut pas directement évaluer au bout de combien de temps l'activité a été divisée par deux.
b. Comme $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$, on a $\dfrac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t}$ d'où $\ln\left(\dfrac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$.
c. L'activité A de l'échantillon se calcule en becquerels en divisant le nombre de désintégrations par $\Delta t = 10$ s.

t (en h)	0	2	4	6	8	10
Nombre	786	755	733	701	686	654
$A(t)$ (en Bq)	7,86	7,55	7,33	7,01	6,86	6,54
y ($\times 10^{-2}$)	0	4,02	6,98	11,4	13,6	18,4

d. Voici le graphique :



Le coefficient directeur de la droite-modèle est $\lambda = 0{,}18$ h^{-1}.
e. On en déduit $t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda} = 39$ j : il s'agit de l'arsenic 77.

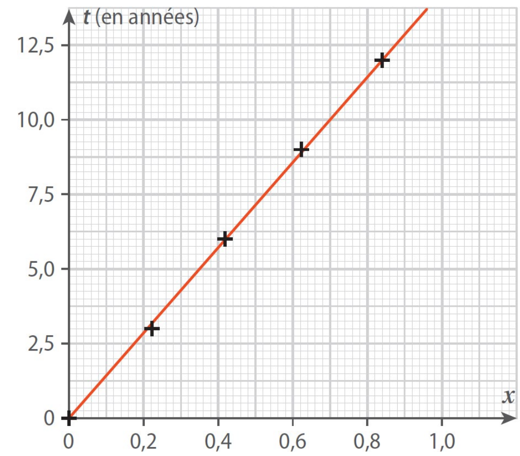
51 L'activité de cet échantillon est $A = \lambda N$, où $\lambda = \dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ est la constante radioactive de ce noyau.
On a donc $A = N\dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.
La quantité de matière de noyaux dans l'échantillon est $n = \dfrac{N}{N_A}$. Comme la masse de l'échantillon est $m = nM$, on en déduit $N = \dfrac{N_A m}{M}$. Il vient donc $A = \dfrac{N_A m}{M}\dfrac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.
L'activité massique de ce noyau est donc :
$$a = \frac{A}{m} = \frac{N_A \ln(2)}{M\, t_{1/2}}$$
N_A est en mol^{-1}, $t_{1/2}$ en s, M en g·mol^{-1}, a en Bq·g^{-1}.

52 1. a. ${}^{224}_{88}Ra \rightarrow {}^{220}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$
b. La masse disparue est devenue du radon et de l'hélium, qui sont partis dans l'air.
2. a. La masse disparue est $m_{disp} = 0{,}85$ g.
Le nombre de noyaux ayant disparu est donc :
$N_{disp} = \dfrac{m_{disp}}{m_{Ra}} = \dfrac{0{,}85 \times 10^{-3}}{3{,}72 \times 10^{-25}} = 2{,}3 \times 10^{21}$
b. La durée de l'expérience étant 10 jours soit $\Delta t = 8{,}6 \times 10^5$ s, l'activité moyenne de l'échantillon au cours de cette expérience est :
$A_{moy} = \dfrac{N_{disp}}{\Delta t} = 2{,}6 \times 10^{15}$ Bq

3. a. Soit N_0 le nombre de noyaux de radium initial. Le nombre de noyaux restant à la date t est, d'après la loi de décroissance radioactive, $N(t) = N_0e^{-\lambda t}$. Comme la masse de l'échantillon est proportionnelle au nombre de noyaux qu'il contient, alors la masse de radium restant après une durée t s'écrit bien $m(t) = m_0e^{-\lambda t}$.
b. On a $m(\Delta t) = 0{,}15$ g pour $m_0 = 1{,}00$ g.
La loi précédente donne $m(\Delta t) = m_0e^{-\lambda\Delta t}$
d'où $-\lambda\Delta t = \ln\left(\dfrac{m(\Delta t)}{m_0}\right)$
puis $\lambda = -\dfrac{1}{\Delta t}\ln\left(\dfrac{m(\Delta t)}{m_0}\right) = 2{,}2 \times 10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}}$.
c. La demi-vie du radium 220 est donc :
$t_{1/2} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda} = 3{,}2 \times 10^5\ \mathrm{s} = 3{,}7\ \mathrm{j}$
d. En dix jours, l'activité, qui vérifie aussi la loi de décroissance exponentielle, a été divisée par plus de quatre, donc on ne peut pas la considérer comme constante au cours de cette expérience.

53 1. L'activité initiale est :
$A_{93,0} = \dfrac{4{,}7 \times 10^4}{5{,}0} = 9{,}4 \times 10^3$ Bq pour $^{93}_{40}\mathrm{Zr}$
et $A_{95,0} = \dfrac{4{,}0 \times 10^{11}}{5{,}0} = 8{,}0 \times 10^{10}$ Bq pour $^{95}_{40}\mathrm{Zr}$.
2. a. La loi de décroissance radioactive s'écrit, pour l'activité, $A(t) = A_0e^{-\lambda t}$.
b. On en déduit les expressions et les valeurs des constantes radioactives :
$\lambda_{93} = -\dfrac{1}{t}\ln\left(\dfrac{A_{93}}{A_{93,0}}\right)$ et $\lambda_{95} = -\dfrac{1}{t}\ln\left(\dfrac{A_{95}}{A_{95,0}}\right)$
c. On peut calculer $\lambda_{95} = 4{,}2\ \mathrm{an^{-1}}$, puis la demi-vie correspondante : $t_{95} = \dfrac{\ln(2)}{\lambda_{95}} = 0{,}17$ an, soit 60 j.
d. La précision des données ne montre aucune décroissance de l'activité pour l'échantillon de zirconium 93. Cela signifie que sa demi-vie est très supérieure à 1 an (en l'occurrence, elle vaut 1,5 millions d'années). Pour la calculer, il faudrait une expérience beaucoup plus longue (peu réaliste) et surtout une précision bien supérieure dans les mesures.

54 a. La demi-vie $t_{1/2}$ du plutonium 241 est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux d'un échantillon s'est désintégrée (ou la durée au bout de laquelle l'activité d'un échantillon est divisée par deux). On ne peut pas déterminer la valeur de $t_{1/2}$ directement sans calcul à l'aide des données car l'activité n'est pas divisée par deux au bout de 12 h. On peut juste dire que cette demi-vie est un peu supérieure à 12 h.
b. D'après le cours, la loi de décroissance radioactive s'écrit, pour l'activité, $A(t) = A_0\,e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$.
c. On en déduit que $t = -\dfrac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(\dfrac{A(t)}{A_0}\right)$.
d. Pour que le coefficient directeur soit $t_{1/2}$, il faudrait tracer t en fonction de $x = -\dfrac{1}{\ln(2)}\ln\left(\dfrac{A(t)}{A_0}\right)$.
On calcule x, on trace le graphique et la droite-modèle et on détermine son coefficient directeur $t_{1/2} = 14{,}3$ ans.

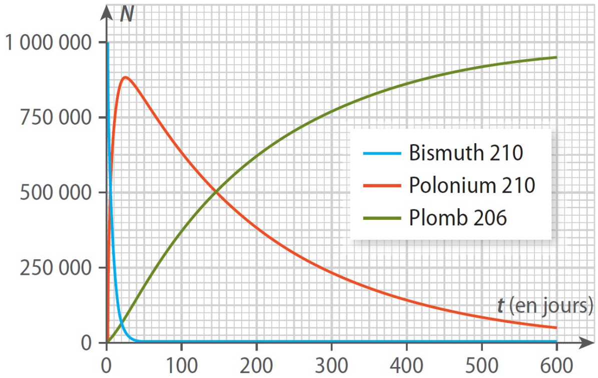


t (en années)	0	3	6	9	12
A (en MBq)	3,42	2,93	2,56	2,22	1,91
x	0	0,223	0,418	0,623	0,840

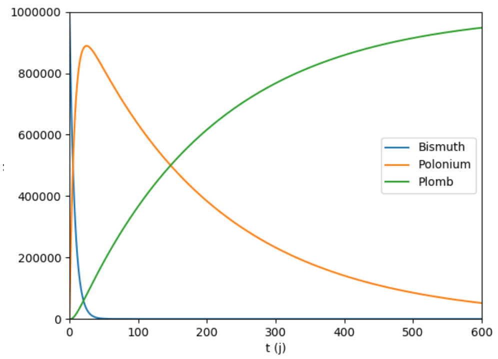
55 1. Formation du chlore 36 : $^{36}_{18}\mathrm{Ar} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{36}_{17}\mathrm{Cl} + ^{1}_{1}\mathrm{p}$
Désintégration : $^{36}_{17}\mathrm{Cl} \rightarrow ^{36}_{18}\mathrm{Ar} + ^{0}_{-1}\mathrm{e}$
2. a. D'après la loi de décroissance radioactive :
$N(t) = N_0e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$
b. On en déduit $t = -\dfrac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(\dfrac{N(t)}{N_0}\right)$.
c. Ici, $\dfrac{N(t)}{N_0} = 0{,}70$ puisque 30 % du chlore 36 initialement présent a disparu. L'échantillon est donc âgé de $t = -\dfrac{3{,}01 \times 10^5}{\ln(2)}\ln(0{,}70) = 1{,}5 \times 10^5$ ans.

56 1. Désintégration du bismuth 210 :
$$^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\mathrm{Po} + ^{0}_{-1}\mathrm{e}$$
Désintégration du polonium 210 :
$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\mathrm{Pb} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$$
2. La constante radioactive du bismuth 210 est :
$\lambda_{Bi} = \dfrac{\ln(2)}{5{,}01} = 0{,}138\ \mathrm{j^{-1}}$
La constante radioactive du polonium 210 est :
$\lambda_{Po} = \dfrac{\ln(2)}{138{,}4} = 5{,}008 \times 10^{-3}\ \mathrm{j^{-1}}$
3. Le bismuth 210 se désintègre en suivant la loi de décroissance radioactive, donc $N_{Bi}(t) = N_0e^{-\lambda_{Bi}t}$.
4. Les N_0 noyaux initialement présents sont, au bout d'une certaine durée, sous forme de l'un des trois noyaux cités. On peut donc écrire :
$N_0 = N_{Bi}(t) + N_{Po}(t) + N_{Pb}(t)$
d'où $N_{Pb}(t) = N_0 - N_{Bi}(t) - N_{Po}(t)$.
5. a. La variation du nombre de noyaux de polonium 210 due à sa désintégration pendant cette expérience est égale à l'activité radioactive du polonium 210 à cet instant-là, multipliée par Δt. L'activité étant proportionnelle au nombre de noyaux, la variation du nombre de noyaux de polonium 210 due à sa désintégration est $-\lambda_{Po}N_{Po}(t)\Delta t$.
b. Pendant cette même durée, le nombre de noyaux de bismuth 210 qui se sont désintégrés est :
$N_{Bi}(t) - N_{Bi}(t + \Delta t)$
Comme en se désintégrant ils forment du polonium 210, ce nombre est aussi la variation du nombre de noyaux de polonium 210 due à sa formation par la désintégration du bismuth 210.

c. On en déduit que :
$N_{Po}(t + \Delta t) - N_{Po}(t) = N_{Bi}(t) - N_{Bi}(t + \Delta t) - \lambda_{Po} N_{Po}(t)\Delta t$
d. En divisant cela par Δt, on obtient :
$$\frac{N_{Po}(t + \Delta t) - N_{Po}(t)}{\Delta t} = -\lambda_{Po} N_{Po}(t) - \frac{N_{Bi}(t + \Delta t) - N_{Bi}(t)}{\Delta t}$$
Lorsque Δt tend vers zéro, on reconnaît les expressions des dérivées temporelles, et on obtient bien l'équation différentielle $\frac{dN_{Po}}{dt} = -\lambda_{Po} N_{Po} - \frac{dN_{Bi}}{dt}$.
e.



57 a. La relation obtenue à la question **5c** de l'exercice précédent s'écrit :
$N_{Po}(t + \Delta t) - N_{Po}(t) = N_{Bi}(t) - N_{Bi}(t + \Delta t) - \lambda_{Po} N_{Po}(t)\Delta t$
Or $N_{Bi}(t) - N_{Bi}(t + \Delta t)$, le nombre de noyaux de bismuth 210 désintégrés pendant cette durée, est proportionnel au nombre de noyaux présents, selon $N_{Bi}(t) - N_{Bi}(t + \Delta t) = \lambda_{Bi} N_{Bi}(t)\Delta t$. On obtient bien :
$N_{Po}(t + \Delta t) - N_{Po}(t) = (-\lambda_{Po} N_{Po}(t) + \lambda_{Bi} N_{Bi}(t))\Delta t$
b. Voir le programme Python complété, accessible via le manuel numérique **enseignant**.



58 a. $^{238}_{94}Pu \longrightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}He$
b. La masse disparue lors d'une désintégration du plutonium 238 est :
$m = (395{,}2905 - 388{,}6341 - 6{,}6465) \times 10^{-27}$
$m = 9{,}9 \times 10^{-30}$ kg
c. L'énergie ainsi libérée est $E = mc^2 = 8{,}9 \times 10^{-13}$ J.
d. Le nombre de désintégrations par seconde étant A_0, la puissance nucléaire consommée est $P_n = A_0 E = 2{,}7$ W. La puissance électrique initiale de ce générateur est donc $P_0 = 0{,}070 P_n = 0{,}19$ W.
e. La puissance électrique délivrée par le générateur est proportionnelle à l'activité de la source, donc suit une loi de décroissance radioactive $P(t) = P_0 e^{-\lambda t}$, où $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ est la constante radioactive du plutonium 238.
f. $P(t)$ est supérieure à $0{,}80 P_0$ tant que t est inférieure à $t_{max} = -\frac{1}{\lambda}\ln(0{,}80) = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln(0{,}80) = 28$ ans.
Cette durée est donc adaptée aux missions spatiales longues.

59 Soit une expérience entre les dates t et $t + \Delta t$, où Δt est assez grande pour que les fluctuations statistiques soient négligeables, mais assez petite pour que l'on puisse considérer l'activité de l'échantillon comme constante.
Le nombre de noyaux se désintégrant du fait de la radioactivité pendant cette durée est, on l'a vu en cours, $\lambda N(t)\Delta t$, en notant λ la constante radioactive, liée à la demi-vie radioactive par $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.
D'après l'énoncé, il y a aussi des noyaux qui disparaissent de l'organisme par élimination biologique, en suivant le même genre de loi. Le nombre de noyaux qui, pendant l'expérience, ont disparu ainsi, peut donc être écrit $\lambda' N(t)\Delta t$, où l'on note $\lambda' = \frac{\ln(2)}{t'_{1/2}}$ par analogie. On peut donc écrire :
$N(t + \Delta t) - N(t) = -\lambda N(t)\Delta t - \lambda' N(t)\Delta t$
Soit : $N(t + \Delta t) - N(t) = -(\lambda + \lambda')N(t)\Delta t$
En divisant par Δt, il vient $\frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} = -(\lambda + \lambda')N(t)$.
Si Δt tend vers zéro, on reconnaît la dérivée temporelle de $N(t)$ et on obtient l'équation différentielle vérifiée par $N(t)$: $\frac{dN}{dt} = -(\lambda + \lambda')N$
C'est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants, du même style que celle que l'on obtient avec la radioactivité seule, mais où l'on remplace la constante radioactive par la somme des constantes radioactive et biologique.
Si l'on pose $\Lambda = \lambda + \lambda' = \ln(2)\left(\frac{1}{t_{1/2}} + \frac{1}{t'_{1/2}}\right)$, alors on peut écrire $N(t) = N_0 e^{-\Lambda t}$.

60 1. a. La loi de décroissance radioactive s'écrit $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, où $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$ est la constante radioactive du carbone 14.
b. S'il ne reste plus que 93 % du carbone 14 initial, c'est que $\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}93$. La durée écoulée depuis la cueillette du lin ayant servi à fabriquer le linge est donc $t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln(0{,}93) = 6{,}0 \times 10^2$ ans, ce qui correspond bien à une production au XIVe siècle.
2. a. Le nombre actuel d'atomes de carbone 14 dans le linge est égal au nombre d'atomes de carbone restant depuis la production du linge, supposé créé il y a 2 000 ans : $N_0 e^{-\lambda t}$, auquel on ajoute le nombre d'atomes de carbone 14 issu de la pollution, N_1.
Au total, cela fait donc un nombre d'atomes de carbone 14 : $N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1$
b. Le nombre total d'atomes de carbone du linge est, sous les hypothèses effectuées, $N_{tot0} + N_{tot1}$.
La proportion actuelle de carbone 14 par rapport au carbone total est donc : $r = \frac{N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{N_{tot0} + N_{tot1}}$

Comme $r_0 = \frac{N_0}{N_{tot0}} = \frac{N_1}{N_{tot1}}$, cela s'écrit aussi :

$$r = \frac{N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{\frac{N_0}{r_0} + \frac{N_1}{r_0}}$$

Ce qui donne bien : $r = \frac{N_0\, e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{N_0 + N_1} r_0$

c. Si $r = 0{,}93 r_0$, on obtient $\frac{N_0\, e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}} + N_1}{N_0 + N_1} = 0{,}93$

d'où $\frac{N_1}{N_0} = \frac{0{,}93 - e^{-\ln(2)t/t_{1/2}}}{1 - 0{,}93} = 2{,}1$.

d. On vient de montrer qu'il y a 2,1 fois plus d'atomes de contamination que d'atomes initiaux, donc la proportion d'atomes issus de contamination est $\frac{2{,}1}{3{,}1} = 0{,}68$.

Pour expliquer qu'un linge datant de 2 000 ans paraisse dater du XIVe siècle, il faut que sur 100 atomes de carbone du linge, 68 soient issus de la contamination moderne.

À ce niveau-là, ce n'est plus une pollution mais un remplacement des atomes. On voit mal comment l'aspect du linge ne serait pas modifié par une telle contamination. L'hypothèse n'est donc pas raisonnable.

61 1. Formation du carbone 14 : ${}^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{1}_{1}p$

Désintégration : ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

2. a. Le nombre de noyaux de carbone 14 désintégrés par unité de temps est l'activité du carbone 14 : $A(t) = \lambda N(t)$

b. Considérons le nombre total de noyaux de carbone 14 entre une date t et une date $t + \Delta t$, où Δt est assez petite pour que l'on puisse considérer cette activité comme constante, mais assez grande pour qu'on puisse utiliser des relations statistiques. Le nombre de noyaux formés par bombardement cosmique pendant cette durée est $k\Delta t$, le nombre de noyaux désintégrés par radioactivité est $A(t)\Delta t = \lambda N(t)\Delta t$.

On en déduit que $N(t + \Delta t) - N(t) = k\Delta t - \lambda N(t)\Delta t$.

En divisant par Δt, cela donne :

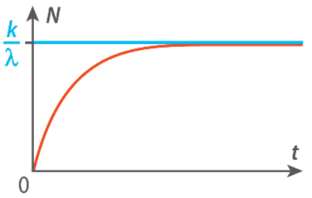
$$\frac{N(t+\Delta t) - N(t)}{\Delta t} = k - \lambda N(t)$$

À la limite en zéro de Δt, on reconnaît la dérivée temporelle de $N(t)$, et l'équation différentielle que cette fonction vérifie est bien $\frac{dN}{dt} = k - \lambda N$.

c. La solution générale d'une telle équation différentielle est $N(t) = Ke^{-\lambda t} + \frac{k}{\lambda}$.

Si $N(0) = 0$, alors $K = -\frac{k}{\lambda}$ et on obtient $N(t) = \frac{k}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$.

On constate qu'au bout d'un temps assez grand (un certain nombre de fois la constante de temps $\frac{1}{\lambda}$), $N(t)$ devient très proche d'une valeur asymptotique. On peut donc bien considérer le nombre comme constant.



62 a. La demi-vie est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux présents initialement dans un échantillon radioactif s'est désintégrée.

b. Désintégration de l'oxygène 15 : ${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{1}e$

c. Il faut préparer l'eau radioactive dans les deux minutes qui précèdent l'examen car la demi-vie de l'oxygène 15 est assez courte (deux minutes) donc si on attend trop il n'y en a plus.

d. L'examen est faisable tant qu'il reste plus de 5 % des noyaux initialement présents, donc pour une durée inférieure à $-\frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln(0{,}05) = 5 \times 10^2$ s, soit un peu moins de 9 minutes.

64 **Questions préliminaires**

1. La conservation du nombre de masse s'écrit $238 = 206 + 4x$, d'où $x = 8$.

La conservation du nombre de charge s'écrit $92 = 82 + 2x - y$, d'où $y = 6$.

2. L'uranium suit la loi de décroissance radioactive, donc $N_U(t) = N_U(0)e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$.

Les noyaux d'uranium désintégrés sont devenus du plomb 206, donc, en supposant que le plomb 206 de la roche provient exclusivement de la désintégration de l'uranium 238 :

$N_{Pb}(t) = N_U(0) - N_U(t) = N_U(0)(1 - e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}})$

Problème

On déduit de ce qui précède :

$$r = \frac{N_U(t)}{N_{Pb}(t)} = \frac{N_U(0)e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}}{N_U(0) - N_U(0)e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}} = \frac{e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}}{1 - e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}}$$

$$r = \frac{1}{e^{(\ln 2)t/t_{1/2}} - 1}$$

Il vient $e^{(\ln 2)t/t_{1/2}} = \frac{1 + r}{r}$

puis $t = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \frac{\ln(1+r)}{r} = 4{,}6 \times 10^9$ ans.

65 a. ${}^{241}_{95}Am + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{242}_{95}Am$ (X_1 est l'américium 242.)

${}^{242}_{95}Am \rightarrow {}^{242}_{96}Cm + {}^{0}_{-1}e$ (X_2 est le curium 242.)

${}^{242}_{96}Cm \rightarrow {}^{238}_{94}Pu + {}^{4}_{2}He$ (X_3 est le plutonium 238.)

b. Démonstration : voir Cours $N(t) = N_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$

c. Plus la demi-vie est courte, plus les noyaux radioactifs disparaissent vite. Si l'on peut, par transmutation, transformer des déchets à longue vie en déchets à courte vie (ou en isotopes utilisables autrement), alors on réduit le volume de déchets plus rapidement.

66 1. a. L'équation de la désintégration de l'iode 131 est ${}^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$, d'après la conservation du nombre de masse et la conservation du nombre de charge. Le nombre de masse du noyau formé est $A = 131$, son numéro atomique est $Z = 54$: il s'agit d'un noyau de xénon.

b. La constante radioactive de l'iode 131 est :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 8{,}7 \times 10^{-2}\ j^{-1}$$

c. L'activité suit la loi de décroissance radioactive $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$.

Pour que $A(t) < A_1 = 1$ Bq, il faut donc que $A_0 e^{-\lambda t} < A_1$ donc que $t > -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) = 2 \times 10^2$ ans.

2. a. Le nombre N de noyaux de césium correspondant à l'activité $A = 555$ kBq vérifie :

$A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}N$, d'où $N = \frac{At_{1/2}}{\ln(2)} = 7{,}60 \times 10^{14}$.

b. Il y a eu une contamination à $N_{surf} = 7{,}60 \times 10^{14}$ noyaux par mètre carré.
Sur la superficie S, cela fait un nombre de noyaux $N_0 = N_{surf}S = 7{,}60 \times 10^{24}$,

soit une quantité de matière $n = \frac{N_0}{N_A} = 12{,}6$ mol.

La masse molaire du césium 137 étant $M = 137\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, cela représente une masse :
$m = nM = 1{,}73$ kg

c. Pour passer de $a_0 = 555\ \text{kBq}\cdot\text{m}^{-2}$ à $a_1 = 37\ \text{kBq}\cdot\text{m}^{-2}$, il faut attendre une durée t vérifiant :

$a_1 = a_0 e^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$ c'est-à-dire $t = -\frac{t_{1/2}}{\ln(2)}\ln\left(\frac{a_1}{a_0}\right) = 118$ ans.

67 1. A, C et D 2. C 3. B et C 4. C

68 1. C 2. B