Exercices du chapitre 9 - correction

21 a. Tracé du vecteur vitesse au point M_3 : $v_3 = \dfrac{M_2M_4}{2\Delta t}$

$M_2M_4 = 5{,}0$ m (sur la figure, 2,5 cm).

$v_3 = \dfrac{5{,}0}{2 \times 0{,}500} = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$

Sur le schéma, le vecteur vitesse $\vec{v}_3$ a une longueur de 2,5 cm.

On fait de même pour v_5 et v_{11} :

$M_4M_6 = 5{,}0$ m implique

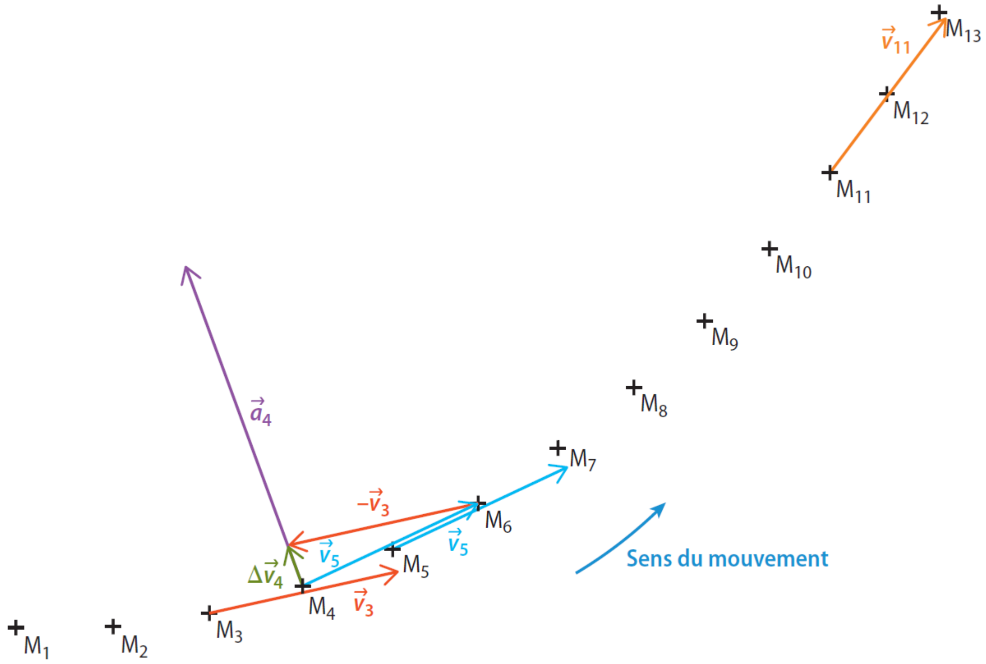
$v_5 = \dfrac{M_4M_6}{2\Delta t} = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.

Sur le schéma, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, a le sens du mouvement et sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 2,5 cm.

$M_{10}M_{12} = 5{,}0$ m implique

$v_{11} = \dfrac{M_{10}M_{12}}{2\Delta t} = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.

Sur le schéma $\vec{v}_5$ et $\vec{v}_{11}$ ont tous deux une longueur de 2,5 cm.



b. Voir la figure ci-contre.

Le vecteur correspondant à la variation du vecteur vitesse est représenté par une flèche de longueur 0,55 cm : $\Delta v_4 = 1{,}1\ \text{m·s}^{-1}$

c. La norme du vecteur accélération est : $a_4 = \dfrac{\Delta v_4}{2\Delta t} = \dfrac{1{,}1}{2 \times 0{,}500} = 1{,}1\ \text{m·s}^{-2}$

Voir la figure ci-dessus.

Sur le schéma, le vecteur accélération $\vec{a}_3$ a le même sens et la même direction que $\Delta\vec{v}_4$.

Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 4,4 cm.

d. Le mouvement est uniforme.

22 1. t : le temps en secondes (s)

Δt : une durée en secondes (s)

$x(t)$: l'abscisse du point en mètres (m)

$v(t)$: la norme du vecteur vitesse en mètres par seconde (m·s^{-1})

$v_x(t)$: la coordonnée selon l'axe (Ox) du vecteur vitesse en mètres par seconde (m·s^{-1})

R : une distance qui s'exprime en mètres (m)

Une accélération s'exprime en mètres par seconde carré (m·s^{-2}).

2. a. $\dfrac{v(t)^2}{R}$ est en m·s^{-2}. C'est une formule compatible avec une accélération.

b. $\dfrac{dx}{dt}(t)$ est en m·s^{-1}. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

c. $\dfrac{d^2v_x}{dt^2}(t)$ est en m·s^{-3}. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

d. $v_x(t + \Delta t) - v_x(t - \Delta t)$ est en m·s^{-1}. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

e. $\dfrac{d^2x}{dt^2}(t)$ est en m·s^{-2}. C'est une formule compatible avec une accélération.

f. $\dfrac{v(t)}{R^2}$ est en $\text{m}^{-1}\text{·s}^{-1}$. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

g. $\dfrac{v_x(t+\Delta t) - v_x(t-\Delta t)}{2\Delta t}$ est en m·s^{-2}. C'est une formule compatible avec une accélération.

h. $\dfrac{v(t)}{R}$ est en s^{-1}. Ce n'est pas une formule compatible avec une accélération.

i. $\dfrac{dv_x}{dt}(t)$ est en m·s^{-2}. C'est une formule compatible avec une accélération.

23 a. $x(t)$ et $y(t)$ sont en mètres. Ainsi :
- 1,50 est en mètres par secondes carré ($m \cdot s^{-2}$).
- 8,33 est en mètres (m).
- 2,50 est en mètres par secondes au cube ($m \cdot s^{-3}$).
- 5,72 est en mètres par secondes ($m \cdot s^{-1}$).

b. À $t = 0$ s, $x(t = 0) = 8{,}33$ m et $y(t = 0) = 0$ m.
c. $v_x(t) = 3{,}0t$ $\quad v_y(t) = 7{,}50t^2 - 5{,}72$
d. $a_x(t) = 3{,}0$ $\quad a_y(t) = 15{,}0t$

24 a. Le mouvement 1 est rectiligne uniforme.
Le mouvement 2 est rectiligne accéléré (la norme de la vitesse augmente).
Le mouvement 3 est rectiligne décéléré (la norme de la vitesse diminue).
b. Le mouvement 1 est rectiligne uniforme : $a_x(t) = 0$
Le mouvement 2 est rectiligne accéléré (la norme de la vitesse augmente) : $a_x(t) > 0$
Le mouvement 3 est rectiligne décéléré (la norme de la vitesse diminue) : $a_x(t) < 0$
c. Le vecteur accélération :
- pour le mouvement 1 (rectiligne uniforme), est nul ;
- pour le mouvement 2 (rectiligne accéléré), est dans le sens du mouvement (de gauche à droite) ;
- pour le mouvement 3 (rectiligne décéléré), est dans le sens opposé du mouvement (de droite à gauche).

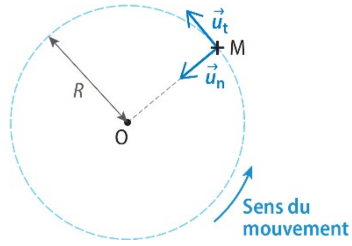
25 a. Un mouvement rectiligne désigne la trajectoire (droite) d'un mouvement. Un mouvement uniforme désigne la norme de la vitesse (constante). Les deux termes sont donc indépendants l'un de l'autre. L'un n'implique donc pas l'autre.
b. L'accélération est nulle uniquement pour les mouvements rectilignes uniformes. Pour les mouvements autres (circulaires ou curvilignes) l'accélération sera non nulle même si le mouvement est uniforme.
c. Un mouvement accéléré se fait avec une accélération non nulle. Uniformément accéléré implique, en plus, que cette accélération reste constante.
d. Un point qui ralentit, n'a pas un mouvement rectiligne uniforme. Il subit donc une accélération. Il est donc accéléré. Le sens de l'accélération est opposé au sens du mouvement.
e. La composante selon $\vec{u}_n$ ne peut pas être nulle (si le mouvement est circulaire). Ainsi, un mouvement circulaire se fait nécessairement avec une accélération.
f. Il y a deux termes à l'accélération donnée dans le repère de Frenet. Si le mouvement circulaire n'est pas uniforme, la composante selon $\vec{u}_t$ n'est pas nulle.

*Exercice **26** corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

27	a.	b.	c.	d.
v_x (en $m \cdot s^{-1}$)	1,50	1,50	–2,0	2,0
v_y (en $m \cdot s^{-1}$)	–1,50	3,00	4,0	4,0
v (en $m \cdot s^{-1}$)	2,12	3,35	4,5	4,5

En effet, $v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2}$.

28 a. $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

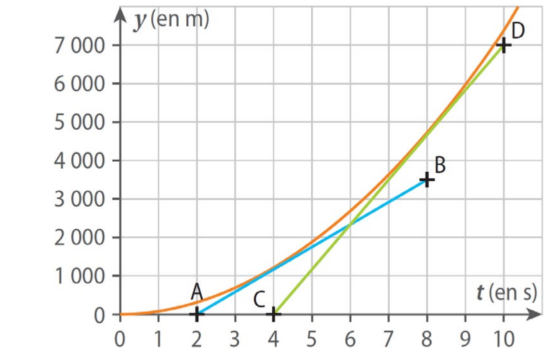


$\vec{u}_t$ est tangent à la trajectoire, son sens correspond au sens du mouvement. $\vec{u}_n$ est dirigé selon le rayon du cercle, vers le centre de celui-ci.
b. Compte tenu de l'expression de l'accélération, le premier terme peut s'annuler si $\frac{dv}{dt}(t) = 0$, c'est-à-dire si le mouvement devient uniforme.
Le deuxième terme ne peut s'annuler que si $v(t)$ devient nulle (absence de mouvement) ou si R devient infini (le mouvement devient alors rectiligne).
Ainsi, il ne peut y avoir de mouvement circulaire sans accélération.
c. L'expression de l'accélération dans le repère de Frenet montre que le terme selon $\vec{u}_n$ est nécessairement positif. Le vecteur accélération sera donc toujours dirigé vers l'intérieur de la courbure, ce qui exclut le schéma 4, indépendamment de la situation physique envisagée.
Situation 1. La vitesse augmente en norme : $\frac{dv}{dt}(t) > 0$.
Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est dans le sens de $\vec{u}_t$.
Le schéma correspondant est le schéma 2.
Situation 2. La vitesse diminue en norme : $\frac{dv}{dt}(t) < 0$.
Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est dans le sens opposé à $\vec{u}_t$.
Le schéma correspondant est le schéma 1.
Situation 3. La vitesse est constante en norme : $\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, la partie de l'accélération dirigée selon $\vec{u}_t$ est nulle. L'accélération est dirigée uniquement selon $\vec{u}_n$.
Le schéma correspondant est le schéma 3.

29 a. Si la vitesse est multipliée par 2, l'accélération est multipliée par 4 :
si $v' = 2v$, alors $a' = \frac{(2v)^2}{R} = \frac{4v^2}{R} = 4a$.
b. Si le rayon est multiplié par 2, l'accélération est divisée par 2 :
si $R' = 2R$, alors $a' = \frac{v^2}{2R} = \frac{a}{2}$.
c. Si le rayon est divisé par 2, l'accélération est multipliée par 2 :
si $R' = \frac{R}{2}$, alors $a' = \frac{v^2}{\frac{R}{2}} = \frac{2v^2}{R} = 2a$.

30 a. La tangente à la courbe est horizontale à l'instant initial. On en déduit que la vitesse de la fusée est nulle à l'instant initial.
b. On observe que le coefficient directeur des tangentes à la courbe augmente au cours du temps. La vitesse de la fusée augmente au fur et à mesure que le temps passe.

c.



À t_1 = 4,0 s, $v_x(t_1) = \dfrac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \dfrac{3\,500 - 0}{8{,}0 - 2{,}0} = 5{,}8 \times 10^2$ m·s⁻¹.

À t_2 = 8,0 s, $v_x(t_2) = \dfrac{x_D - x_C}{t_D - t_C} = \dfrac{7\,000 - 0}{10{,}0 - 4{,}0} = 1{,}2 \times 10^3$ m·s⁻¹.

d. Vérifions s'il y a proportionnalité entre $v_x(t)$ et t :

$v_x(t)$ (en m·s⁻¹)	0	$5{,}8 \times 10^2$	$1{,}2 \times 10^3$
t (en s)	0	4,0	8,0
$k = \dfrac{v_x(t)}{t}$ (en m·s⁻²)	Compatible avec tous les coefficients de proportionnalité	$1{,}5 \times 10^2$	$1{,}5 \times 10^2$

$v_x(t)$ et t semblent proportionnels. Le coefficient de proportionnalité (égal à l'accélération de la fusée) est $k = 1{,}5 \times 10_2$ m·s$_{-2}$ = 15g.

31 a. Le mouvement est rectiligne (énoncé). On choisit l'axe (Ox) comme correspondant à la direction et au sens du mouvement. La courbe représentant $v_x(t)$ pour l'enregistrement 1 est une droite (décroissante), son coefficient directeur est une constante (négative). $a_x(t)$ sera constante tout au long du mouvement. On a affaire à un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

b. Le mouvement est rectiligne (énoncé). On choisit l'axe (Ox) comme correspondant à la direction et au sens du mouvement. La courbe représentant $v_x(t)$ pour l'enregistrement 2 n'est pas une droite, le coefficient directeur de sa tangente en chaque point varie au cours du mouvement. $a_x(t)$ ne sera pas constante tout au long du mouvement. On a affaire à un mouvement rectiligne accéléré (non uniformément).

c. Pour l'enregistrement 1 :

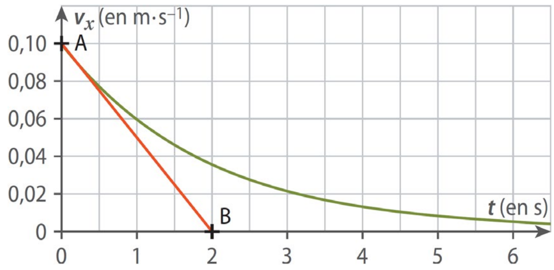
$a_x(t_1) = \dfrac{v_{x_B} - v_{x_A}}{t_B - t_A} = \dfrac{0 - 0{,}10}{5{,}0 - 0} = -2{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻²

En norme, $a(t_1) = 2{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻².

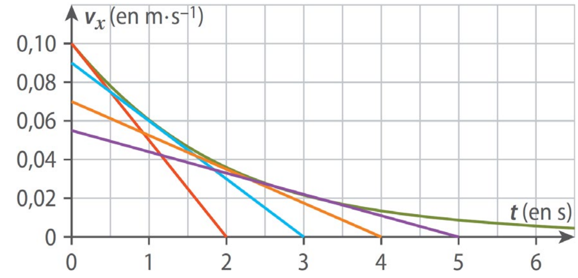
Pour l'enregistrement 2 :

$a_x(t_1) = \dfrac{v_{x_B} - v_{x_A}}{t_B - t_A} = \dfrac{0 - 0{,}10}{2{,}0 - 0} = -5{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻².

En norme, $a(t_1) = 5{,}0 \times 10^{-2}$ m·s⁻².

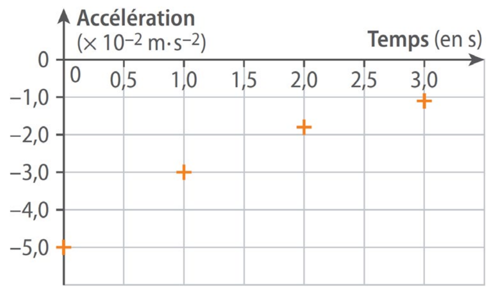


32 a.



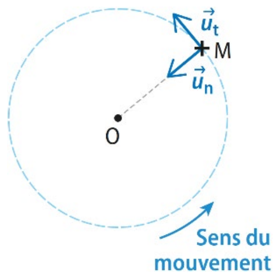
Instant	0	1	2	3
Accélération (en m·s⁻²)	$a_x = \dfrac{0 - 0{,}10}{2{,}0 - 0} = -5{,}0 \times 10^{-2}$	$a_x = \dfrac{0 - 0{,}09}{3{,}0 - 0} = -3{,}0 \times 10^{-2}$	$a_x = \dfrac{0 - 0{,}07}{4{,}0 - 0} = -1{,}8 \times 10^{-2}$	$a_x = \dfrac{0 - 0{,}055}{5{,}0 - 0} = -1{,}1 \times 10^{-2}$

b.



c. L'accélération n'étant pas constante, le mouvement n'est pas uniformément accéléré.

33 a. Voir schéma ci-contre.



b. $\vec{a}(t) = \dfrac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \dfrac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Si le mouvement est uniforme, $\dfrac{dv}{dt}(t) = 0$.

L'accélération est dans ce cas dirigée selon le vecteur normal $\vec{u}_n$: $\vec{a}(t) = \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

34 1. Les données de la troisième colonne correspondent à l'explicitation de combien la norme de la vitesse va augmenter et en combien de temps. Ce n'est pas une donnée directe de la norme de l'accélération qui s'exprime en m·s⁻².

2. a. Un mouvement est rectiligne uniformément accéléré, si sa trajectoire est une droite (rectiligne) et si l'accélération $\vec{a}(t)$ du point est constante au cours du mouvement.

b. Si le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, le mouvement se fera selon un seul axe ((Ox), par exemple). Ainsi, $a(t) = a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt}(t) = \dfrac{dv}{dt}(t)$.

Si la norme de l'accélération est constante, alors $a(t) = a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Dans ce calcul, Δv doit être en m·s^{-1} et Δt en secondes.

Montagnes russes	Vitesse maximale	Accélération maximale	Accélération (en m·s^{-2})
Formula Rossa	240 km·h^{-1}	0-240 km·h^{-1} en 4 s	17
Ring Racer	217 km·h^{-1}	0-217 km·h^{-1} en 2,5 s	24
Top Thrill Dragster	193 km·h^{-1}	0-193 km·h^{-1} en 4 s	13
Dodonpa	172 km·h^{-1}	0-172 km·h^{-1} en 1,8 s	26

3. Le passager aura le plus de sensations dans le parc Dodonpa. Malgré sa quatrième place au classement des vitesses maximales, c'est lui qui offre l'accélération la plus grande.

35 a. Le point peut avoir une vitesse constante en norme mais avoir une vitesse qui ne serait pas constante vectoriellement. Ainsi, le point pourrait subir une accélération avec un mouvement uniforme.

b. Dans le repère de Frenet : $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante $\frac{dv}{dt}(t) = 0$.

Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

Elle sera portée par le vecteur unitaire $\vec{u}_n$ (dirigé du point vers le centre de la courbure).

c. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

En norme, $a = \frac{v^2}{R}$. Si v = 300 km·h^{-1} = 83,3 m·s^{-1} et $a = 10g = 10 \times 9{,}81 = 98{,}1$ m·s^{-2}, on obtiendrait $R = \frac{v^2}{a} = \frac{83{,}3^2}{98{,}1} = 70{,}7$ m. La trajectoire de l'avion serait un cercle de rayon R = 70,7 m.

Exercice ***36*** *corrigé à la fin du manuel de l'élève.*

37 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 5{,}76$ m·s^{-1}

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = 1{,}95$ m·s^{-1}

b. Les coordonnées du vecteur vitesse sont constantes, le vecteur vitesse est constant. Si le vecteur vitesse est constant, sa norme l'est aussi. Si, à tout moment, le vecteur vitesse est constant, alors le mouvement est rectiligne. Le mouvement est rectiligne uniforme, son accélération est donc nulle.

$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 0$ $\qquad$ $a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = 0$

Le vecteur accélération est nul.

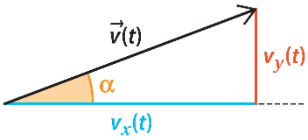
c. $v_x(t) = 5{,}76$ m·s^{-1} $\qquad$ $v_y(t) = 1{,}95$ m·s^{-1}

La norme de la vitesse est $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + \left(v_y(t)\right)^2}$.

$v(t) = \sqrt{(5{,}76)^2 + (1{,}95)^2} = 6{,}08$ m·s^{-1}

Pour déterminer l'angle entre l'horizontal et la direction du mouvement, nous allons déterminer l'angle entre l'horizontale et le vecteur vitesse.

Le triangle est rectangle, on peut utiliser les relations trigonométriques :



$\tan(\alpha) = \frac{v_y}{v_x} = \frac{1{,}95}{5{,}76}$

$\alpha = 18{,}7°$

38 a. Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ ne pourrait pas être constant. En effet, la direction du mouvement change au cours du mouvement.

b. Le vecteur vitesse n'est pas constant implique que le vecteur accélération ne peut pas être nul.

c. Le mouvement serait alors circulaire uniforme.

d. Dans le repère de Frenet :

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$$

Si la norme de la vitesse $v(t)$ est constante, alors $\frac{dv}{dt}(t) = 0$. Ainsi, l'accélération sera : $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

e. $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$ $\qquad$ En norme, $a = \frac{v^2}{R}$ avec :

R = 6 371 + 8,848 = 6 380 km = 6,380 × 10^6 m

Or $v = \sqrt{aR} = \sqrt{9{,}80 \times 6{,}380 \times 10^6}$

$v = 7{,}91 \times 10^3$ m·s^{-1} = 2,85 × 10^4 km·h^{-1}

Cette vitesse correspondrait à $\frac{2{,}85 \times 10^4}{1\,235} = 23{,}0$ fois la vitesse du son (Mach 23,0).

39 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = 20{,}0t - 2{,}00t^2$

b. $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = 20{,}0 - 4{,}00t$

c. Le mouvement est rectiligne (énoncé) et accéléré. Le mouvement n'est pas uniformément accéléré car la norme de l'accélération n'est pas constante.

d. À t_0 = 0 s : $\quad a(t_0) = 20{,}0 - 4{,}00t_0 = 20{,}0$ m·s^{-2}

À t_1 = 5,0 s : $\quad a(t_1) = 20{,}0 - 4{,}00t_1 = 0$ m·s^{-2}

e. $v(t_1) = 20{,}0t_1 - 2{,}00t_1^2 = 50$ m·s^{-1} = 1,8 × 10^2 km·h^{-1}

f. $x(t_1) = 10{,}0t_1^2 - 0{,}667t_1^3 = 1{,}7 \times 10^2$ m

40 a. $a_x(t) = 10$ m·s^{-2} $\qquad$ or $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$

donc $v_x(t) = 10t + K$ avec K une constante.

Or à $t = 0$, $v_x(0) = K = 0$. Ainsi, $v_x(t) = 10t$.

b. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$

donc $x(t) = 5{,}0t^2 + K'$ avec K' une constante.

Or, si on choisit $x(0) = 0$, $x(t) = 5{,}0t^2$.

c. L'instant t_1 correspond à l'instant où :

$v(t_1) = v_{max} = 306{,}1$ m·s^{-1} $\qquad$ or $v(t_1) = 10t_1$.

Ainsi, $t_1 = \frac{v_{max}}{10} = 31$ s.

La distance parcourue pendant cette phase est :

$x(t_1) = 5{,}0t_1^2 = 4{,}8 \times 10^3$ m

d. Pour permettre à la capsule d'atteindre sa vitesse maximale, il faudrait donc un trajet minimum de 9,6 × 10^3 m soit environ 9,6 km.

Sur de grands trajets (Paris-Marseille, par exemple) cette phase d'accélération serait négligeable devant la distance à parcourir.

41 a. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = \omega R\cos(\omega t)$

$v_y(t) = \frac{dy}{dt}(t) = -\omega R\sin(\omega t)$

b. Le mouvement est uniforme si la norme de sa vitesse est constante : $v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2}$

Ici, $v(t) = \sqrt{(\omega R\cos(\omega t))^2 + (-\omega R\sin(\omega t))^2}$

$v(t) = \sqrt{\omega^2 R^2(\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t))}$

Or $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ donc $v(t) = \sqrt{\omega^2 R^2} = \omega R$.
Le mouvement est uniforme, mais le mouvement n'est pas rectiligne.

c. $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t) = -\omega^2 R\sin(\omega t)$

$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt}(t) = -\omega^2 R\cos(\omega t)$

d. Comme les valeurs de $a_x(t)$ et $a_y(t)$ changent au cours du mouvement, l'accélération de la voiture n'est pas constante.

Norme de l'accélération : $a(t) = \sqrt{(a_x(t))^2 + (a_y(t))^2}$

$a(t) = \sqrt{(-\omega^2 R\sin(\omega t))^2 + (-\omega^2 R\cos(\omega t))^2}$

$a(t) = \sqrt{\omega^4 R^2(\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))}$

Or $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ donc $a(t) = \sqrt{\omega^4 R^2} = \omega^2 R$.
La norme de l'accélération est constante.

e. Réalisons le produit scalaire entre les vecteurs $\vec{a}(t)$ et $\vec{v}(t)$: $\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = a_x(t) \times v_x(t) + a_y(t) \times v_y(t)$

$\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = -\omega^2 R\sin(\omega t) \times \omega R\cos(\omega t) + (-\omega^2 R\cos(\omega t)) \times (-\omega R\sin(\omega t))$

$\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = -\omega^3 R^2\sin(\omega t)\cos(\omega t) + \omega^3 R^2\sin(\omega t)\cos(\omega t)$

$\vec{a}(t)\cdot\vec{v}(t) = 0$: les vecteurs $\vec{a}(t)$ et $\vec{v}(t)$ sont orthogonaux.

f. Dans le repère de Frenet :

$\vec{v}(t) = v(t)\,\vec{u}_t$ $\quad\quad$ $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}(t)\,\vec{u}_t + \frac{v(t)^2}{R}\,\vec{u}_n$

Ici, le mouvement est uniforme : $v(t) = v$ et $\frac{dv}{dt}(t) = 0$

On obtient dans ce cas : $\vec{v}(t) = v\,\vec{u}_t$ et $\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_n$

Le vecteur $\vec{v}(t)$ est dirigé selon le vecteur unitaire $\vec{u}_t$, tandis que le vecteur $\vec{a}(t)$ est dirigé selon le vecteur unitaire $\vec{u}_n$. Les deux vecteurs sont donc orthogonaux.

42 Le mouvement est supposé rectiligne uniformément accéléré. Cela implique que l'accélération de l'avion se fait selon un axe unique (ici, (Ox)) et est constante vectoriellement.
Cela implique que $a(t) = \begin{pmatrix} a_x \\ 0 \end{pmatrix}$ a_x étant constante.

Comme $a_x = \frac{dv_x}{dt}(t)$, cela implique que :

$v_x(t) = a_x t + k$ avec k une constante.
À $t = 0$ s, $v_x(0) = 0$ m·s^{-1}. Ainsi, $v_x(t) = a_x t$.

Comme $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t)$, on obtient :

$x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + k'$ avec k' une constante.

À $t = 0$ s, $x(0) = 0$ m. Ainsi, $x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2$.
Voyons à présent le texte. Lorsque l'avion parcourt 75 m ($x(t_1) = 75$ m), l'avion passe de 0 à 250 km·h^{-1} ($v_x(t_1) = 69{,}4$ m·s^{-1}). Ainsi :

$x(t_1) = \frac{1}{2}a_x t_1^2$ $\quad\quad$ $v_x(t_1) = a_x t_1$

Trouvons l'expression de t_1 grâce à la deuxième égalité : $t_1 = \frac{v_x(t_1)}{a_x}$ d'où $x(t_1) = \frac{1}{2}\frac{v_x(t_1)^2}{a_x}$

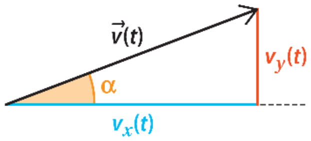
Et enfin : $a_x = \frac{1}{2}\frac{v_x(t_1)^2}{x(t_1)}$

Application numérique : $a_x = \frac{1}{2}\frac{69{,}4^2}{75} = 32$ m·s^{-2} = 3,3g

*Exercice **43** corrigé à l'adresse* hatier-clic.fr/pct308

44 1.1. $v_{0x} = \dfrac{x_1}{\Delta t} = \dfrac{1{,}0 \times 0{,}50}{0{,}10} = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$ $\qquad v_{0y} = \dfrac{y_1}{\Delta t} = \dfrac{1{,}7 \times 0{,}50}{0{,}10} = 8{,}5\ \text{m·s}^{-1}$

1.2.



$v_{0x} = v_0\cos(\alpha)$

$v_{0y} = v_0\sin(\alpha)$

Ainsi, $\dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$.

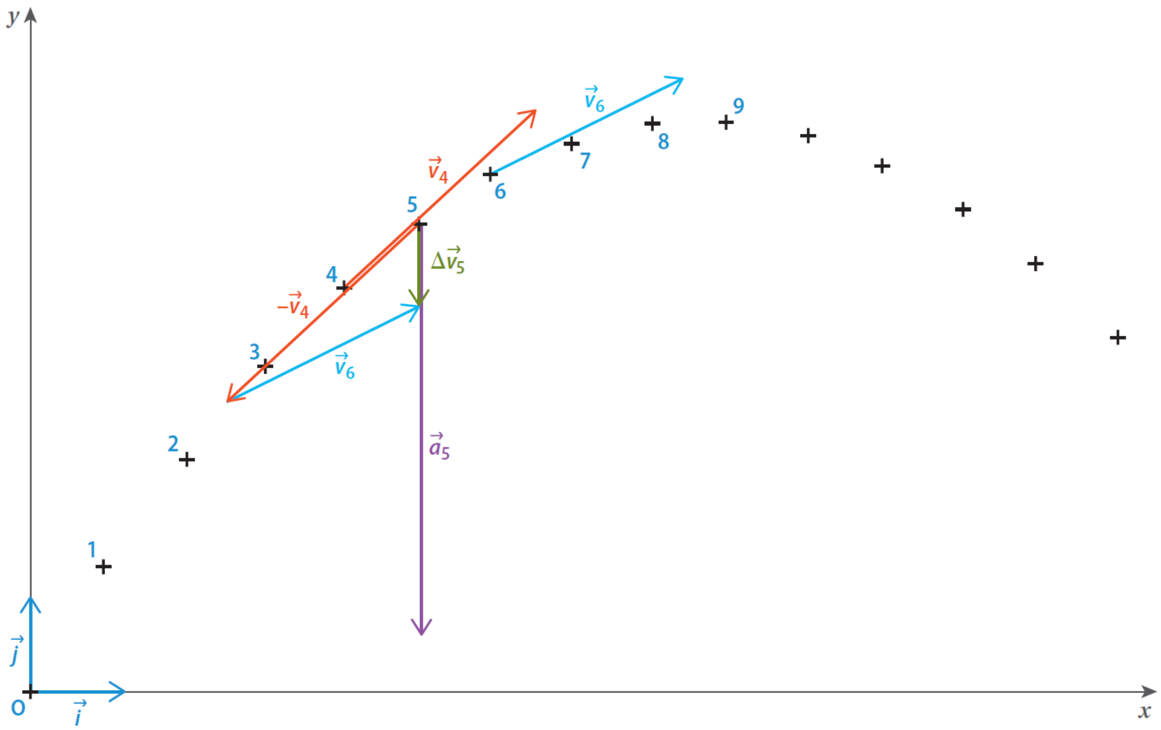
Application numérique : $\tan(\alpha) = \dfrac{8{,}5}{5{,}0} = 1{,}7 \qquad \alpha = 60°$

De plus, la norme de la vitesse à l'instant initial est : $v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2} = \sqrt{(5{,}0)^2 + (8{,}5)^2} = 10\ \text{m·s}^{-1}$

2.1. $M_3M_5 = 1{,}4$ m (2,8 cm sur la figure) : $v_4 = \dfrac{M_3M_5}{2\Delta t} = \dfrac{1{,}4}{2 \times 0{,}10} = 7{,}0\ \text{m·s}^{-1}$

$M_5M_7 = 1{,}15$ m (2,3 cm sur la figure) : $v_6 = \dfrac{M_5M_7}{2\Delta t} = \dfrac{1{,}15}{2 \times 0{,}10} = 5{,}8\ \text{m·s}^{-1}$

2.2. Sur le schéma le vecteur vitesse $\vec{v}_4$ a une longueur de 3,5 cm, $\vec{v}_6$ a une longueur de 2,9 cm.



2.3. Sur le schéma la variation du vecteur vitesse a une longueur de 1,1 cm : $\Delta v_5 = 2{,}2\ \text{m·s}^{-1}$

2.4. La norme du vecteur accélération est :

$$a_5 = \frac{\Delta v_5}{2\Delta t} = \frac{1{,}8}{2 \times 0{,}10} = 11\ \text{m·s}^{-2}$$

Sur le schéma le vecteur accélération $\vec{a}_5$ a même sens et même direction que le vecteur $\Delta\vec{v}_5$. Sa longueur, compte tenu de l'échelle, est de 5,5 cm.

3. Le vecteur accélération est vertical, dirigé vers le bas. Sa norme est assez proche de l'accélération théorique (9,81 m·s^{-2}). Compte tenu des erreurs de mesures et de constructions possibles, il semble que le vecteur accélération $\vec{a}_5$ correspond au vecteur champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$.

4.1. La durée entre deux positions est nommée `dt`.

4.2. La vitesse instantanée est calculée, pour une position donnée, comme la vitesse moyenne entre la position d'avant et la position d'après.

4.3. Pour la première position, nous ne disposons pas de la position d'avant ; pour la dernière position, nous ne disposons pas de la position d'après. Ainsi, la méthode précédente ne peut être utilisée pour calculer les coordonnées de la vitesse.

4.4.
```
for i in range(2,n-2) :
    ax.append((vx[i+1]-vx[i-1])/(2*dt))
    ay.append((vy[i+1]-vy[i-1])/(2*dt))
```

4.5. N'ayant pu calculer les premières et les dernières coordonnées de la vitesse, nous ne pouvons, en utilisant le code de la question 4.4., calculer les coordonnées des deux premières et deux dernières coordonnées de l'accélération.

45 **A.** 1.1. $\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}}{dt}(t)$

L'accélération de la voiture se fait selon un axe unique (ici, (Ox)). Cela implique que :

$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i}$ et $\vec{v}(t) = v_x(t)\,\vec{i}$

Ainsi, $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt}(t)$.

Le mouvement étant dirigé selon (Ox), v_x est positif à tout moment du mouvement.
La voiture accélérant, le vecteur accélération est dirigé aussi selon (Ox), a_x est donc positif à tout moment. En norme, $a_1(t) = \frac{dv}{dt}(t)$ or a_1 est constante :
$v(t) = a_1t + k$ avec k une constante.
Or à $t = 0$, on a $v(t = 0) = k = v_0$. Ainsi, $v(t) = a_1t + v_0$.
1.2. À $t = t_1 = 5{,}4$ s, $v(t_1) = v_A$.
Soit $v(t_1) = a_1t_1 + v_0 = v_A$.

Ainsi, $a_1 = \frac{v_A - v_0}{t_1} = \frac{\frac{70}{3{,}6} - \frac{30}{3{,}6}}{5{,}4} = 2{,}1\ \text{m·s}^{-2}$.

2.1. $v_x(t) = \frac{dx}{dt}(t) = a_1t + v_0$

$x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t + k'$ avec k' une constante.

Or à $t = 0$, $x(0) = k' = 0$. Ainsi, $x(t) = \frac{1}{2}a_1t^2 + v_0t$.

2.2. La distance D parcourue par la Logan correspond à $x(t_1)$: $x(t_1) = \frac{1}{2}a_1t_1^2 + v_0t_1 = D$

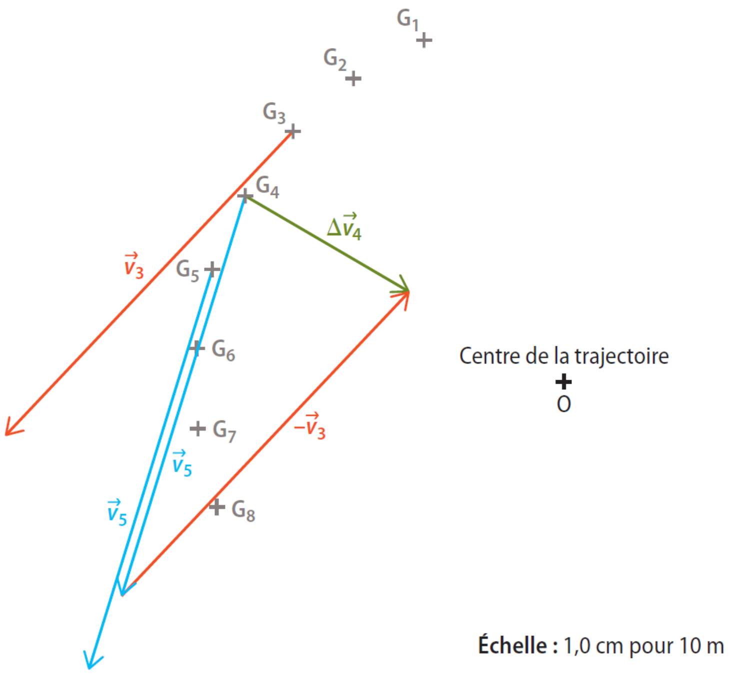
$D = \frac{1}{2} \times 2{,}1 \times 5{,}4^2 + \frac{30}{3{,}6} \times 5{,}4 = 76$ m

B. 1.1. Les normes des vitesses sont :

$v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau}$ et $v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau}$

1.2. G_2G_4 et G_4G_6 sont égales à 21 m (2,1 cm sur la figure). Donc $v_3 = v_5 = \frac{21}{2 \times 1{,}00} = 11\ \text{m·s}^{-1} = 40\ \text{km·h}^{-1}$.

1.3. En tenant compte de l'échelle proposée, les vecteurs auront une taille de 5,5 cm.
1.4. Sur le schéma, la variation du vecteur vitesse au point 4 mesure 2,5 cm. Ainsi, $\Delta v_4 = 5{,}0\ \text{m·s}^{-1}$.



2.1. On peut calculer le vecteur accélération approchée : $\vec{a}_4 = \frac{\Delta\vec{v}_4}{2\tau}$

2.2. En norme : $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{5{,}0}{2 \times 1{,}00} = 2{,}5\ \text{m·s}^{-2}$

3.1. En physique, on utilise plutôt le terme d'accélération radiale.
(On peut même ajouter centripète car le sens de l'accélération est orienté vers le centre du cercle.)

3.2. Comparons la valeur de l'accélération obtenue et l'accélération de pesanteur : $\frac{a_4}{g} = \frac{2{,}5}{9{,}81} = 0{,}26$

Cette accélération est donc négligeable devant l'accélération de pesanteur.