- Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est plan.
- Établir et exploiter les équations horaires du mouvement et l'équation de la trajectoire.
- Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique créé par un condensateur plan
- Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées.
- Exploiter la conservation de l'énergie mécanique ou le théorème de l'énergie cinétique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme.

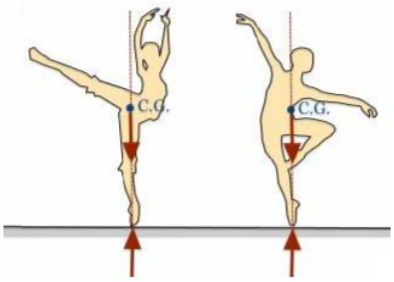
# Chapitre 10
# Mouvement dans un champ uniforme

## I. Centre de masse

On nomme système le ou les objets dont on cherche à étudier l'équilibre ou le mouvement.

Un système peut être considéré comme ponctuel si sa taille est négligeable devant l'ampleur de son mouvement ou la taille des autres corps en interaction avec lui (ex : la Terre en orbite autour du Soleil).

Si le système n'est pas ponctuel, pour simplifier l'étude de son mouvement, on le modélise alors par un point matériel appelé centre de masse (ou centre de gravité.)




## II. Les lois de Newton

### II.1 Première Loi : Principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen, si un système est isolé* ou pseudo-isolé**, alors il est soit immobile soit animé d'un mouvement rectiligne et uniforme.

Réciproquement, si un système est immobile ou animé d'un mouvement rectiligne et uniforme, alors il est soit isolé soit pseudo-isolé. Ecriture mathématique : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \overrightarrow{cste}$

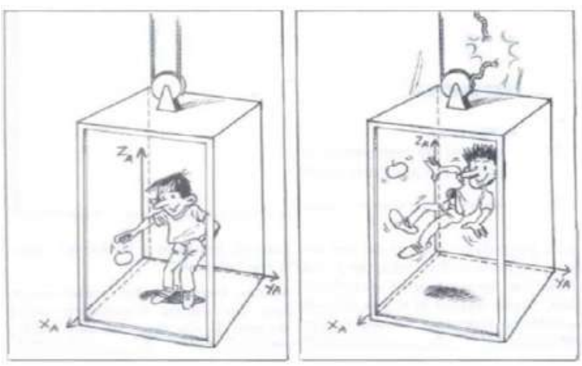
(*) système *soumis à aucune force* (**) *objet soumis à des forces qui se compensent*

- Un référentiel est dit galiléen si le principe de l'inertie y est vérifié.

Exemple :

◆Dans l'ascenseur immobile (à gauche) la pomme lâchée tombe. Son mouvement n'est pas rectiligne uniforme car elle n'est pas soumise à des forces qui se compensent (il n'y a que le poids). Le principe de l'inertie est vérifié.

◆Dans l'ascenseur en chute libre, la pomme est immobile par rapport à l'ascenseur, pourtant elle n'est soumise qu'à une force (son poids). Donc les forces ne se compensent pas ! Le principe d'inertie n'est pas vérifié ! L'ascenseur en chute libre n'est pas un référentiel galiléen.



*Référentiel galiléen et référentiel non galiléen*

### II.2 Deuxième Loi: Principe fondamental de la dynamique

Dans un référentiel galiléen, la résultante $\Sigma \vec{F}_{ext}$ des forces extérieures appliquées à un système est égale au produit de sa masse m et de son accélération $\vec{a}_G$ :

$$\boxed{\Sigma \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}_G}$$

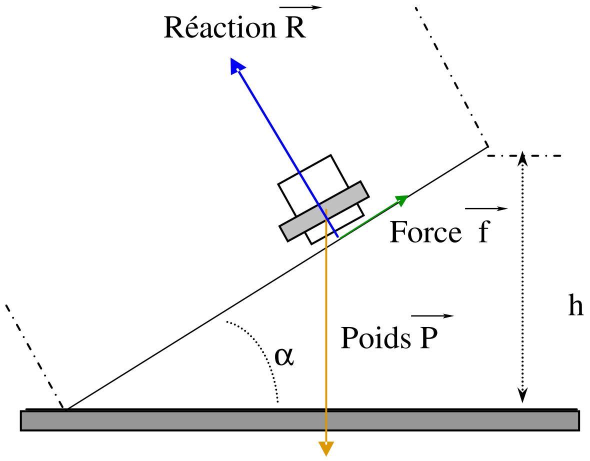
$\Sigma F_{ext}$ s'exprime en N
m s'exprime en kg
$a_G$ s'exprime en $m.s^{-2}$

G : centre de masse du système étudié (confondu avec le centre de gravité si le champ de pesanteur est uniforme)

**Conséquences :**

- Le vecteur $\Sigma \vec{F}_{ext}$ possède la même direction et le même sens que l'accélération $\vec{a}_G$ :
- Il est possible de déterminer le vecteur accélération $\vec{a}_G$ : du centre de masse connaissant les forces appliquées au système.
- Il est possible de déterminer la somme des forces appliquées au système connaissant le mouvement du centre de masse.

Exemple: Palet sur un plan incliné




Dans le référentiel terre galiléen :

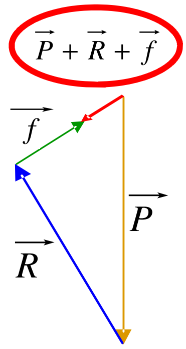
$\vec{P}+\vec{R}+\vec{f} \neq \vec{0}$

La somme des forces est non-nulle :

une accélération existe et vérifie :

$$\vec{P}+\vec{R}+\vec{f} = m.\vec{a}$$

Comme la somme des force, l'accélération est dirigée vers le bas et vers la gauche




### I.3 Troisième Loi: Principe des actions réciproques

Deux systèmes en interaction exercent l'un sur l'autre des forces opposées :

Si un système A exerce une force $\vec{F}_{A/B}$ sur un système B , alors le système B exerce une force $\vec{F}_{B/A}$ sur le système A telle que : $\boxed{\vec{F}_{A/B} = - \vec{F}_{B/A}}$

Les deux forces sont de même direction, même valeur mais de sens opposés.

## III. Cas des mouvements dans un champ de pesanteur

### III.1 Notion de champ uniforme

Un champ vectoriel uniforme est un champ qui garde en tout point d'une region de l'espace, la même direction, le même sens et la même valeur.

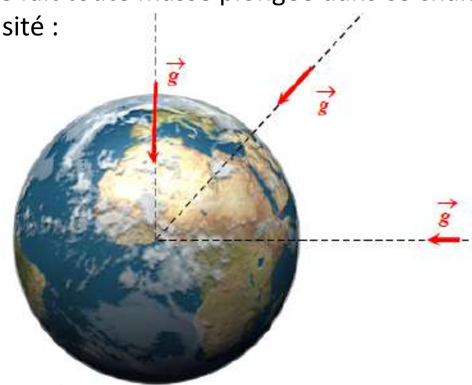
La Terre créé en son voisinage un champ de pesanteur noté $\vec{g}$ . De ce fait toute masse plongée dans ce champ voit apparaître une force qui l'attire vers le centre de la Terre et d'intensité :

$\boxed{\vec{P} = m\vec{g}}$

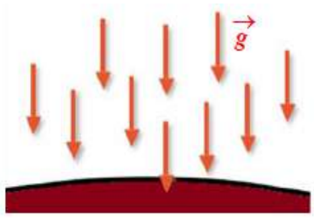
$P$ en $N$
$m$ en $kg$
$g$ en $N/kg$ ou $m/s^2$

Les caractéristiques du champ de pesanteur sont :

- direction : radiale
- sens : vers le centre de la Terre
- intensité : $m \cdot g$




⇧ *Figure 1 : Champ non uniforme*




⇧ *Figure 2 : Champ uniforme*

Donc, à l'échelle de la Terre, le champ de pesanteur n'est pas uniforme ( 2 vecteurs $\vec{g}$ voisins ne sont pas EGAUX : même direction, même sens et même norme)

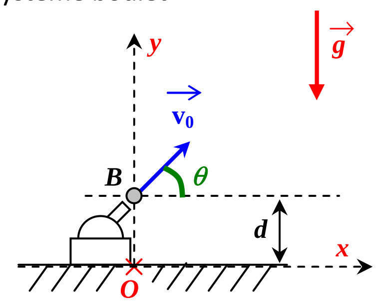
Néanmoins, à l'échelle humaine, on admet que ce champ peut-être raisonnablement considéré comme uniforme.

### III.2 Equations de mouvement

**Méthode d'application de la 2ème loi de Newton :**

1. Définir le système
2. Préciser le référentiel galiléen par rapport auquel on étudie le mouvement
3. Faire le bilan des forces extérieures appliquées au système
4. Ecrire la 2ème loi de Newton
5. Projeter la relation vectorielle dans le repère d'étude et déterminer les constan tes d'intégration grâce aux conditions initiales

**Exercice 1 :** Un boulet de canon tiré au point B de coordonnées (0 ; d) à la date $t_0 = 0$. Le boulet est en chute libre. Déterminer les équations horaires du mouvement du système boulet




1. Système : boulet
2. Référentiel terrestre (supposé galiléen pendant la durée du lancer)
3. Bilan des forces : Le poids du boulet : $\vec{P}$
4. On applique la 2ème loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Sigma\vec{F} = \vec{P} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g} \quad \text{Donc : } \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Comme le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, le vecteur vitesse est une primitive du vecteur accélération. Ainsi, on intègre le vecteur accélération pour trouver le vecteur vitesse :

$$\vec{v}\begin{pmatrix} cste \\ -gt + cste' \end{pmatrix} \qquad \text{Or, à t = 0 :} \quad \vec{v}\begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cste \\ -g \times 0 + cste' \end{pmatrix}$$

Donc cste = $v_0 \cos\alpha$ et cste' = $v_0 \sin\alpha$ D'où : $\vec{v}\begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \\ -gt + v_0 \sin\alpha \end{pmatrix}$

Comme le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, le vecteur position est une primitive du vecteur vitesse. Ainsi, on intègre le vecteur vitesse pour trouver le vecteur position :

$$\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \times t + cste \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \times t + cste' \end{pmatrix}$$

Or, à t = 0, le boulet G est en B (0 ; d )

Donc cste = 0 et cste' = d

D'où : $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} v_0 \cos\alpha \times t + 0 \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \times t + d \end{pmatrix}$

Ainsi les équations horaires définissant le mouvement de ce boulet sont :

| Pour l'accélération : | Pour la vitesse : | Pour la position : |
| --- | --- | --- |
| $a_x = 0$ | $v_x = v_0 \cos\alpha$ | $x(t) = v_0 \cos\alpha \times t$ |
| $a_y = -g$ | $v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$ | $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \times t + d$ |

<u>Question</u> : Donner l'équation de la trajectoire y(x) :

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \times t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

***Exercice 2 :***

En remplaçant dans y(t), on obtient : $$y(x) = -\frac{1}{2} g \left( \frac{x}{v_0 \cos\alpha} \right)^2 + v_0 \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \cos\alpha} + d$$

Soit, en simplifiant : $$\boxed{y(x) = -\frac{g}{\times v_0^2 \cos^2\alpha} \times x^2 + \tan\alpha \times x + d}$$ Equation de la trajectoire

***Remarque*** **:** L'équation obtenue est un polynôme du second degré de type $\boxed{y(x) = ax^2 + bx + c}$ et donc la trajectoire est une parabole.

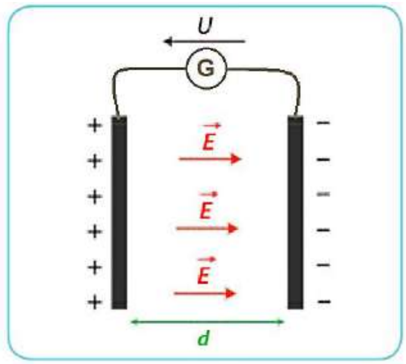
## IV. Cas des mouvements dans un champ électrique

### IV.1 Notion de champ électrique

Un condensateur plan est constitué de deux plaques conductrices planes, parallèles et séparées d'une distance $d$.

Lorsqu'on applique une tension électrique $U$ entre les plaques d'un **condensateur plan**, elles se chargent électriquement. Il apparaît alors entre elles un **champ électrique $\vec{E}$ uniforme** dont les caractéristiques sont :

$\vec{E}$
- direction : perpendiculaire aux plaques
- sens : de la plaque ⊕ vers la plaque ⊖
- valeur : $E = \frac{U}{d}$ (en $V.m^{-1}$)




Champ électrique créé par un condensateur plan

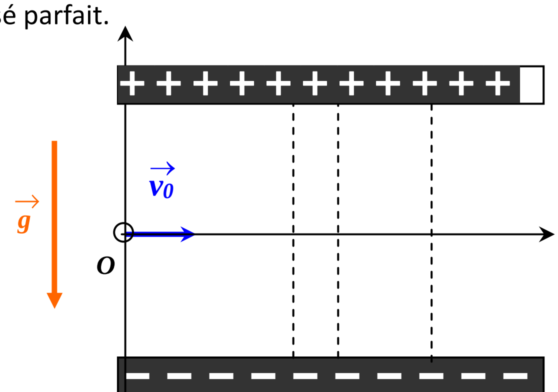
Soit une particule ponctuelle G de charge q et de masse m placée dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$ de valeur $E = 10000 \ V m^{-1}$ à l'intérieur d'un condensateur où règne un vide supposé parfait.

Système étudié : particule G

Référentiel d'étude : terrestre supposé galiléen

***Exercice 2 :***

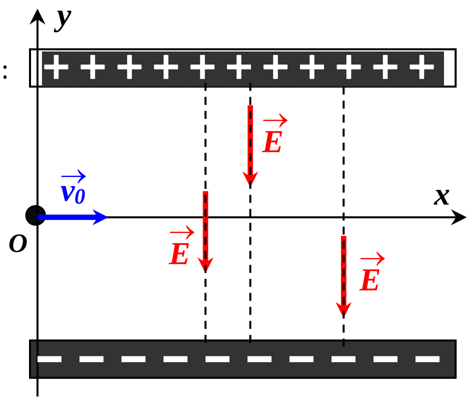
1. Quelle est la valeur de la tension $U$ entre les plaques du condensateur séparées de 50 *cm*.
2. En supposant que cette particule est un électron de masse $m$, déterminer les caractéristiques (direction, sens, expression littérale) du poids de l'électron et celles de la force électrique qu'il subit.
3. Calculer l'intensité du poids et celle de la force électrique. Conclure.
4. Faire l'inventaire des forces dans le cas où la particule est un neutron. En déduire le mouvement qu'aurait cette particule dans ce condensateur.
   - $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$
   - $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$




*Particule chargée dans un champ électrique*

### IV.2 Équations de mouvements

Les équations du mouvement s'obtiennent en appliquant la 2ème loi de Newton au système dans un référentiel considéré comme galiléen.




Mouvement d'une d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme :

1. Système : l'électron
2. Référentiel terrestre (supposé galiléen pendant la durée du mouvement)
3. Force électrostatique : $\boxed{\vec{F} = q \times \vec{E}}$ ( = - e x $\vec{E}$ pour un électron)
   Poids de l'électron : $\vec{P} = m_e \times \vec{g}$ (négligeable par rapport à $\vec{F}$ )
4. On applique la 2ème loi de Newton au système dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\Sigma\vec{F} = \vec{F_e} = m\vec{a}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{pmatrix} 0 \\ -qE \end{pmatrix} = m\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{-qE}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -\dfrac{qE}{m} \end{pmatrix}$$

En intégrant le vecteur accélération, on trouve le vecteur vitesse : $\vec{v}\begin{pmatrix} cste \\ -\dfrac{qE}{m}\cdot t + cste' \end{pmatrix}$

Donc à $t = 0$ : $\vec{v_0}\begin{pmatrix} cste \\ -\dfrac{qE}{m}\times 0 + cste' \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{v_0}\begin{pmatrix} cste \\ cste' \end{pmatrix}$

D'autre part, d'après l'énoncé, le vecteur vitesse initial s'écrit: $\vec{v_0}\begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \end{pmatrix}$

D'où : $\begin{cases} cste = v_0 \\ cste' = 0 \end{cases}$ Donc : $\vec{v}\begin{pmatrix} v_0 \\ -\dfrac{qE}{m}\cdot t \end{pmatrix}$

En intégrant le vecteur vitesse, on trouve le vecteur position : $\vec{OG}\begin{pmatrix} v_0 t + cste \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}\cdot t^2 + cste' \end{pmatrix}$

Donc à $t = 0$ : $\vec{OG}\begin{pmatrix} 0\times t + cste \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}\times 0^2 + cste' \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{OG}\begin{pmatrix} cste \\ cste' \end{pmatrix}$

La particule est en O à l'origine du temps, donc $\vec{OG}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

D'où : $\begin{cases} cste = 0 \\ cste' = 0 \end{cases}$ Donc : $\vec{OG}\begin{pmatrix} v_0 t \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{qE}{m}\cdot t^2 \end{pmatrix}$

Ainsi, les équations horaires de la position sont : $\begin{cases} x(t) = v_0 \times t \\ y(t) = -\dfrac{qE}{2m}\times t^2 \end{cases}$

Et l'équation de la trajectoire est : $y(x) = -\dfrac{qE}{2m\ v_0^2}\times x^2$ Cette trajectoire est aussi une parabole car son équation est du type : $y(x) = ax^2 + bx + c$

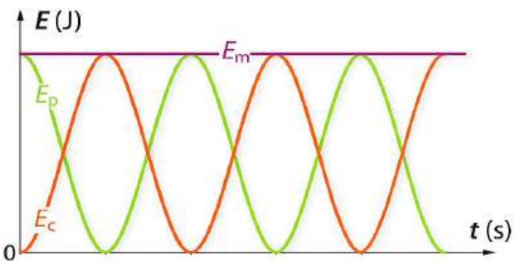
## IV. Lois des énergies (rappels de 1ère) :

L'énergie mécanique $E_m$ (en joule) d'un objet correspond à la somme de son énergie cinétique $E_c$ et de son énergie potentielle $E_P$ : $E_m = E_c + E_p$

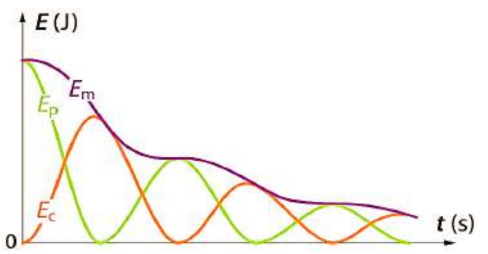
$E_c = ½ m.v^2$ : énergie cinétique en joule (J), masse en kg, vitesse en $m.s^{-1}$

$E_P = m.g.z$ : énergie potentielle en joule (J), altitude z en mètre, intensité du champ de pesanteur g en $m.s^{-2}$

Lorsqu'un objet n'est soumis qu'à des forces conservatives (mouvement sans frottement), son énergie mécanique $E_m$ se conserve au cours du mouvement : $\boxed{E_m = \text{constante}}$ ( donc sa variation $\Delta E_m = 0$ )




Transferts d'énergie lors d'un mouvement sans frottement (oscillations d'une balançoire)




Transferts d'énergie lors d'un mouvement avec frottement (oscillations d'une balançoire)

Remarque : En présence de frottements, l'énergie mécanique diminue au cours du mouvement et sa variation est égale au travail des forces de frottement entre le point de départ A et le point d'arrivée B : $\boxed{\Delta E_m = W_{AB}(\vec{f})}$

### IV.2. Théorème de l'énergie cinétique :

La variation de l'énergie cinétique d'un système matériel en mouvement entre deux points A et B est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées lors de ce déplacement. $\boxed{\Delta E_C = \Sigma W_{AB}(\vec{F})}$

***Exercice 3 :***

Une pomme de rayon $r$ = 4,0 $cm$ et de masse $m$ = 220 $g$ tombe d'une branche située à $h$ = 6,7 $m$ du sol. On prendra $g$ = 10 $N/kg$.

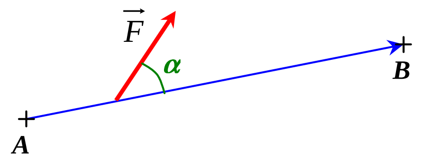
1. En ne négligeant aucune force, faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la pomme durant sa chute.
2. En supposant que seul le poids ne soit pas négligeable, déterminer l'expression littérale de la vitesse d'impact $v_F$ de la pomme avec le sol dans le référentiel terrestre. Calculer sa valeur.
3. Représenter de manière qualitative l'évolution des énergies mécanique, cinétique et potentielle d'une pomme en chute libre.

## V. Travail d'une force

Le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force $\vec{F}$ constante dont le point d'application se déplace de ***A*** vers ***B*** est égal au produit scalaire :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\alpha}$$

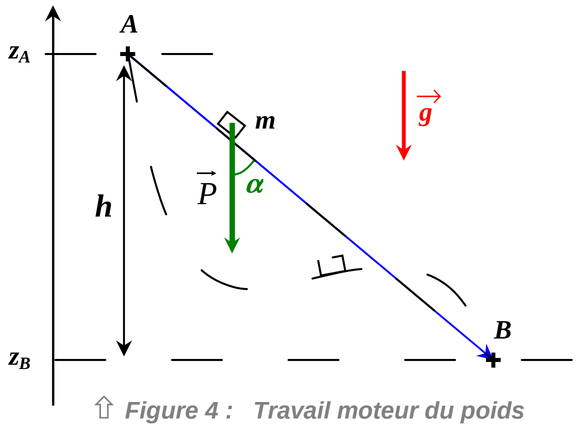
$F$ en $N$
$AB$ en $m$
$W$ en $J$




⇧ *Figure 1 : Travail d'une force constante*

*Exemple 1 :* **Travail du poids**

Soit une masse $m$ se déplaçant d'un point A ve rs un point B tels que $z_A > z_B$.




⇧ *Figure 4 : Travail moteur du poids*

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}(\vec{P}) = P \times AB \times \cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}(\vec{P}) = mg \times AB \times \cos\alpha$$

Or $\cos\alpha = \dfrac{h}{AB} \quad \Leftrightarrow \quad h = AB\cos\alpha$

D'où : $\boxed{W_{AB}(\vec{P}) = mg \times h}$

$m$ en $kg$
$g$ en $N/kg$
$h$ en $m$
$W$ en $J$

*A noter :*

- Le travail du poids ne dépend que du point de départ et du point d'arrivé. Le poids est une force conservative.
- Lorsque l'objet de masse $m$ descend dans le champ de pesanteur, le travail du poids est moteur.
  $$W_{AB}(\vec{P}) = +\, mgh$$
- Lorsque l'objet de masse $m$ monte dans le champ de pesanteur, le travail du poids est résistant.
  $$W_{AB}(\vec{P}) = -\, mgh$$

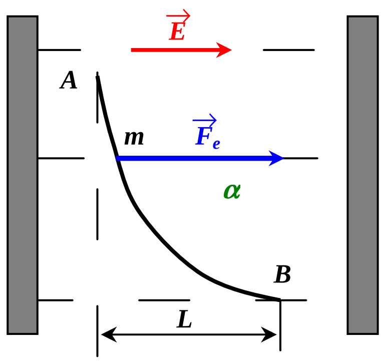
*Exemple 2 :* **Travail d'une force électrique**

Soit une particule de charge $q$ et de masse $m$ plongée dans un champ électrique d'intensité $E$. Si la particule se déplace du point A vers le point B alors le travail de la force électrique que subit cette particule vaut :

$$W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = \overrightarrow{F_e} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = F_e \times AB \times \cos\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = qE \times AB \times \cos\alpha$$




Or dans le triangle rectangle ABC on a :

$$\cos\alpha = \frac{L}{AB} \quad \Leftrightarrow \quad L = AB\cos\alpha$$

D'où : $\boxed{W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = qE \times L}$

$E$ en $V/m$
$q$ en $coulomb\ C$
$L$ en $m$
$W$ en $J$

Or la **tension** (ou **différence de potentiels**) $U_{AB}$ existant entre deux points $A$ et $B$ d'un champ électrostatique constant $E$ est telle que :

$\boxed{U_{AB} = E \times L}$ avec $L = x_B - x_A$

$E$ en $V/m$
$U$ en $V$
$L$ en $m$

D'où $E = \dfrac{U_{AB}}{L}$

Et comme $W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = qE \times L$

On a alors : $W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = q\dfrac{U_{AB}}{L} \times L$ Soit : $\boxed{W_{AB}(\overrightarrow{F_e}) = qU_{AB}}$